

CENTRO UNIVERSITÁRIO DE BRASÍLIA – UNICEUB
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

GABRIEL RODRIGUES SILVA
MARINA BATISTA SCHLINDWEIN

ANÁLISE NÃO LINEAR DE VIGAS PELOS MÉTODOS DE BRANSON COM USO DO
SOFTWARE DE ELEMENTOS FINITOS

BRASÍLIA

2021

GABRIEL RODRIGUES SILVA
MARINA BATISTA SCHLINDWEIN

**ANÁLISE NÃO LINEAR DE VIGAS PELOS MÉTODOS DE BRANSON COM USO DO
SOFTWARE DE ELEMENTOS FINITOS**

Relatório Final de pesquisa de Iniciação científica
apresentado à Assessoria de Pós Graduação e Pesquisa

Orientador: Jocinez Nogueira Lima

BRASÍLIA

2021

RESUMO

O foco desse trabalho é a análise de deformações em vigas de concreto com e sem armadura, avaliando a não linearidade pela Fórmula de Branson, a qual considera a variação da rigidez a medida o elemento fissura, e pelo método dos elementos finitos com o emprego do software RFEM. Para a avaliação da deformação aplicou-se duas cargas pontuais variáveis de mesma intensidade a 60 cm dos bordos da viga de 2 metros, cuja seção retangular é 12cm x 20cm. Os modelos das vigas, armadas ou não, estudadas, abrangem concretos de baixa, média e alta resistência, com e sem adição de fibras de polímeros, polietileno, e isopor, cujo dados do material foram adquiridos a partir de pesquisas com ensaios laboratoriais de concretos com tais adições, visando proporcionar um estudo sobre os parâmetros de melhora aplicabilidade da fórmula de Branson. Observou-se que a comparação entre os métodos não lineares de apenas concreto apresentaram resultados bem distoantes em razão da redução brusca do momento de inércia e por consequência da rigidez da viga. Enquanto isso, os ensaios de viga de concreto armado sem adição de materiais apresentou resultados próximos para fck de 16 Mpa, para os demais o maior erro relativo estava presente na curvatura do gráfico tensão X deformação, e sem armadura conforme esperado são distantes provando não ser indicada. Já dentre os modelos com adição percebe-se a proximidade entre as deformações para adição de isopor cuja resistência do conjunto é de aproximadamente 7 kN, e a de fibra de polipropileno de 37,17 kN, 39,61 kN e 39,62 kN.

Palavras-chave: Não Linear, armado, viga, Branson, deformação.

ÍNDICE DE ILUSTRAÇÃO

FIGURA 3.1: VIGA NO ENSAIO DE FLEXÃO	11
FIGURA 3.2.....	18
FIGURA 3.3.....	19
FIGURA 3.4.....	19
FIGURA 3.5 VALORES DO COEFICIENTE	21
FIGURA 3.7 CURVATURA LINHA ELÁSTICA VARIAÇÃO ANGULAR.....	23
FIGURE 4.1: MODELO DE VIGA DE 2 METROS SEM AÇO	26
FIGURE 4.2: MODELO DE VIGA COM 2 METROS DE AÇO	27
FIGURA 4.1: DETALHAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL DA VIGA COM AÇO	27
FIGURA 4.2: DETALHAMENTO DO ESTRIBO DA VIGA COM AÇO	27
FIGURE 4.3: DEFINIÇÃO DAS CARGAS E NÃO LINEARIDADE.....	28
FIGURE 4.4: DEFINIÇÃO DOS MATERIAIS.....	28
FIGURE 4.5: SEÇÃO DA VIGA DEFINIDA DE BASE 12 CM E ALTURA 20 CM	29
FIGURE 4.6: DEFINIÇÃO DAS EXTREMIDADES DOS APOIOS BEM COMO TAMANHO	29
FIGURE 4.7: DEFINIÇÃO DO AÇO LONGITUDINAL.....	29
FIGURE 4.8: DEFINIÇÃO DO ESTRIBO.....	30
FIGURA 5.1: GRÁFICO DA ANÁLISE LINEAR DA VIGA DE AÇO E CONCRETO ONDE O EIXO X REPRESENTA A CARGA ENSAIADA, EIXO Y A DEFORMAÇÃO LINEAR	32
FIGURA 5.2: GRÁFICO DE COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO DA FÓRMULA DE BRANSON E RFEM DO MODELO NÃO LINEAR DE AÇO E CONCRETO DE BAIXA RESISTÊNCIA (C16 E C25)	33
FIGURA 5.3: GRÁFICO DE COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO DA FÓRMULA DE BRANSON E RFEM DO MODELO NÃO LINEAR DE AÇO E CONCRETO DE MÉDIA RESISTÊNCIA (C40, C50 E C60).....	33
FIGURA 5.4: GRÁFICO DE COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO DA FÓRMULA DE BRANSON E RFEM DO MODELO NÃO LINEAR DE AÇO E CONCRETO DE MÉDIA RESISTÊNCIA (C80 E C90).....	34
FIGURA 5.5: GRÁFICO DE COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO DA FÓRMULA DE BRANSON E RFEM DO MODELO NÃO LINEAR DE CONCRETO DE BAIXA RESISTÊNCIA (C16 E C25).....	35
FIGURA 5.6: GRÁFICO DE COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO DA FÓRMULA DE BRANSON E RFEM DO MODELO NÃO LINEAR DE CONCRETO DE MÉDIA RESISTÊNCIA (C40, C50 E C60)	35
FIGURA 5.7: GRÁFICO DE COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO DA FÓRMULA DE BRANSON E RFEM DO MODELO NÃO LINEAR DE CONCRETO DE MÉDIA RESISTÊNCIA (C80 E C90)	36
FIGURA 5.8: GRÁFICO TENSÃO X DEFORMAÇÃO DA VIGA DE CONCRETO ARMADO COM ISOPOR	37
FIGURA 5.9: GRÁFICO TENSÃO X DEFORMAÇÃO DA VIGA DE CONCRETO COM ISOPOR	38
FIGURA 5.10: GRÁFICO TENSÃO X DEFORMAÇÃO DA VIGA DE CONCRETO ARMADO COM PROLIPOPILENO	39
FIGURA 5.11: GRÁFICO TENSÃO X DEFORMAÇÃO DA VIGA DE CONCRETO COM PROLIPOPILENO.....	40
FIGURA 0.1: NÃO LINEAR COM RESISTÊNCIA DE 16 MPA	46
FIGURA 0.2 NÃO LINEAR COM RESISTÊNCIA DE 25 MPA	46

FIGURA 0.3: NÃO LINEAR COM RESISTÊNCIA DE 40 MPA	46
FIGURA 0.4: NÃO LINEAR COM RESISTÊNCIA DE 50 MPA	47
FIGURA 0.5: NÃO LINEAR COM RESISTÊNCIA DE 60 MPA	47
FIGURA 0.6: NÃO LINEAR COM RESISTÊNCIA DE 80 MPA	47
FIGURA 0.7: NÃO LINEAR COM RESISTÊNCIA DE 90 MPA	48

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 3.1: VALOR DE αE CONFORME NBR 6118:2014	15
TABELA 3.2: MIN RETIRADO DA NORMA NBR 6118.....	16
TABELA 5.1: TABELA DE RESULTADOS DO CHRISTIAN, 2016.....	31
TABELA 5.2: DIFERENÇA ENTRE OS RESULTADOS RFEM E BRANSON	34
TABELA 5.3: REDUÇÃO DO MOMENTO DE INERCIA PARA OS MÓDELOS DE CONCERTO E CONCRETO E AÇO.....	36
TABELA 5.4: DIFERENÇA ENTRE OS RESULTADOS RFEM E BRANSON	37
TABELA 5.5: DIFERENÇA ENTRE OS RESULTADOS RFEM E BRANSON	38
TABELA 5.6: REDUÇÃO DO MOMENTO DE INERCIA PARA OS MÓDELOS DE CONCERTO E CONCRETO E AÇO.....	38
TABELA 5.7: DIFERENÇA ENTRE OS RESULTADOS RFEM E BRANSON	39
TABELA 5.8: DIFERENÇA ENTRE OS RESULTADOS RFEM E BRANSON	40
TABELA 5.9: REDUÇÃO DO MOMENTO DE INERCIA PARA OS MÓDELOS DE CONCERTO E CONCRETO E AÇO.....	40
TABELA 5.10: CARACTERÍSTICAS DO CIMENTO PORTLAND UTILIZADO (HOLCIM S.A.).....	41
TABELA 5.11: DIFERENÇA ENTRE OS RESULTADOS RFEM E BRANSON	41
TABELA 5.12: DIFERENÇA ENTRE OS RESULTADOS RFEM E BRANSON	42
TABELA 5.13: REDUÇÃO DO MOMENTO DE INERCIA PARA OS MÓDELOS DE CONCERTO E CONCRETO E AÇO... 42	42

LISTA DE SÍMBOLOS

Maiúsculas

A- Área

A_s - Área de armadura longitudinal calculada para a viga de concreto armado

$A_{s,min}$ - Área de armadura mínima permitida para a viga de concreto armado

E- Módulo de Elasticidade

E_{cs} - Módulo de elasticidade secante do concreto

E_s - - Módulo de elasticidade longitudinal do aço da armadura

$(EI)_{eq}$ - Rigidez à flexão equivalente para o cálculo de flechas em concreto armado

I – Momento de inércia

I_c - Momento de inércia da seção bruta de concreto armado

I_{II} - Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II

M- Momento

M_a - Momento solicitante, em módulo, na seção localizada a um quarto do comprimento destravado, medido a partir da extremidade esquerda

M_r - Momento de fissuração do concreto

M_{sd} - Momento fletor solicitante de cálculo

Minúsculas

b_w - Largura da base da viga de concreto armado

d- Altura útil da viga

f- Resistência e tensão

f_{cd} - Resistência de cálculo à compressão do concreto

f_{ck} - Resistência característica à compressão do concreto

$f_{ct,m}$ - Resistência média à tração direta do concreto

f_{yk} - - Tensão característica do aço

f_{cd} - - Tensão de escoamento do aço

h- Altura total da viga de concreto armado

l- Vão de cálculo da viga estudada

x- Posição da linha neutra na seção de concreto armado, referenciada a partir da fibra mais comprimida;

y_t - Distância do Centro Geométrico da Área Tracionada do Perfil Metálico até a Face Inferior deste Perfil

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	OBJETIVOS.....	10
2.1	GERAL.....	10
2.2	ESPECÍFICO	10
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	11
3.1	COMPORTAMNETO A FLEXÃO	11
3.2	ANÁLISES.....	11
3.2.1	<i>Tipo de análise</i>	<i>11</i>
3.3	CÁLCULOS.....	13
3.3.1	<i>Resistência de cálculo.....</i>	<i>13</i>
3.3.2	<i>Módulo de Elasticidade</i>	<i>14</i>
3.3.3	<i>Viga</i>	<i>15</i>
3.3.4	<i>Áreas de armaduras</i>	<i>16</i>
3.3.5	<i>Momentos</i>	<i>17</i>
3.3.6	<i>Inércia.....</i>	<i>17</i>
3.3.7	<i>Fórmula de Branson</i>	<i>21</i>
3.4	EQUAÇÃO DA LINHA ELÁSTICA	22
3.4.1	<i>Método da Integração da Elástica</i>	<i>22</i>
3.4.2	<i>Cálculo da flecha pela linha elástica</i>	<i>23</i>
4	MÉTODO.....	25
4.1	CASO 1 – ORIGEM DO ESTUDO	25
4.2	CASO 2 – CONCRETOS	25
4.3	CASO 3 – CONCRETOS COM ADIÇÃO	25
4.3.1	<i>Cimento com incorporação de poliestireno expandido (isopor).....</i>	<i>25</i>
4.3.2	<i>Cimento e Fibras Polipropileno e Poliestireno</i>	<i>25</i>
4.3.3	<i>Concreto leve reforçado com fibras de polipropileno (Tavares, J. C., 2017).....</i>	<i>26</i>
4.3.4	<i>Concreto leve reforçado com fibras de polipropileno e carbono (Kim et al., 2010)</i>	<i>26</i>
4.4	PROGRAMA EXPERIMENTAL	26
4.4.1	<i>RFEM</i>	<i>26</i>
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	31
5.1	CASO 1 – ORIGEM DE ESTUDO	31
5.2	CASO 2 – CONCRETOS	32
5.2.1	<i>Análise Linear</i>	<i>32</i>

5.2.2	<i>Análise não linear</i>	33
5.3	PARTE 3 – CONCRETO COM ADIÇÃO.....	37
5.3.1	<i>Concreto e isopor</i>	37
5.3.2	<i>Cimento e fibras polipropileno e poliestireno</i>	39
5.3.3	<i>Concreto leve reforçado com fibras de polipropileno</i>	41
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	43
	REFERÊNCIAS	44
	APÊNDICES	46
<i>APÊNDICES A</i>	<i>Gráficos de resultado Caso 1</i>	<i>46</i>

1 INTRODUÇÃO

A pesquisa de Cristian (2016) serviu como base para o desenvolvimento desse trabalho, nela é feita a verificação se o software de elementos finitos SAP2000 é capaz de realizar análises não lineares de vigas, a partir de uma viga com o concreto de resistência característica de 18,8 Mpa, com 1,8 m de comprimento com armadura longitudinal de 10 mm na parte inferior e 5 mm na parte superior, e estribo de 5 mm. Com o desenvolvimento de cálculos conforme a norma NBR 6118, encontra-se uma porcentagem de redução da inércia por conta da fissuração e tal valor é inserido no SAP2000 obtendo dados que são comparados com a o método simplificado de análise não linear pela NBR 6118.

Essa pesquisa, procurou fazer o processo inverso, almejando avaliar o comportamento da Fórmula de Branson, método simplificado de para concreto desde baixa resistência a alta resistência, e com adições de fibras ou aditivos que alterem o modelo de elasticidade e resistência dele. Procuando, comparar os resultados com o software de elementos finitos RFEM para entender qual o funcionamento da mesma para vigas de concreto armadas ou não, com o aço CA 50.

2 OBJETIVOS

2.1 Geral

O objetivo geral do presente trabalho é analisar a deformação em vigas de concreto armado, considerando a não linearidade, através do método de Branson e do método de elementos finitos, realizando uma análise estrutural comparando com modelos já ensaiados em laboratório, com técnicas mais rígidas de modelagem utilizando o software de elementos finitos, SAP 2000 e RFEM.

2.2 Específico

Como objetivo específico têm-se:

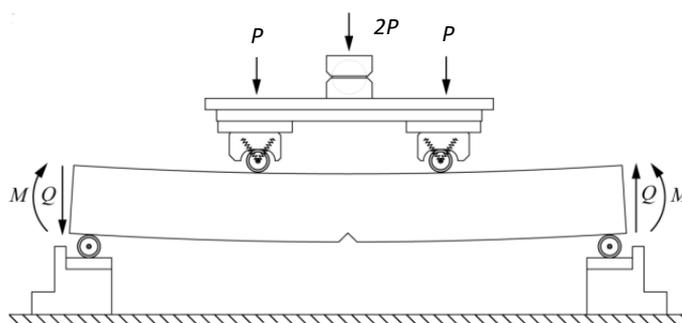
- Encontrar curvas de tensão versus deformação de artigos e pesquisas obtidas conforme a norma;
- Cálculo da variação da inércia da seção transversal ao longo da viga pelo método de Branson, desenvolvendo planilhas no Excel;
- Comparar as deformações encontradas no software com as curvas de ensaios, verificando que os resultados são satisfatórios – programa prevê a flecha imediata-;
- Comparar modelos para cada tipo de malha e realizar uma análise crítica de cada modelagem;
- Analisar se o método de Branson realmente é a melhor forma de cálculo da flecha imediata.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Comportamento a Flexão

Ao incorporar uma carga em uma viga (Figura 3.1), a seção transversal sofre um giro crescente, estabelecendo uma região tracionada e outra comprimida.

Figura 3.1: Viga no ensaio de flexão



Fonte:

O aço e o concreto localizados na região tracionada, sofrem um alongamento crescente, proporcional ao giro da seção transversal. A ruptura da fibra tracionada de concreto ocorre quando a mesma atinge o valor limite do alongamento, originando a fissura.

Conforme o giro da seção aumenta, em razão da alevação carregamento, as fibras vizinhas vão passando pelo mesmo processo, e conseqüentemente, a fissura inicial cresce em direção à linha neutra da viga, a partir do bordo tracionado.

Inicialmente a região comprimida o concreto apresenta baixos níveis de tensão normal, mantendo uma relação tensão-deformação linear, mas com o aumento da carga, a relação tensão-deformação passa a ser parabólica. Esse comportamento da viga de concreto é subdividido em diferentes fases, denominadas de estádios de flexão, que apresentam comportamentos distintos do concreto tracionado e comprimido, sendo denominados de estádios I, II e III. Normalmente as peças de concreto se encontram nos estádios I e II quando estão sob as ações de serviço. Didaticamente, o estádio I será sub-dividido em Ia e Ib.

3.2 Análises

3.2.1 Tipo de análise

A principal diferença entre as análises lineares e não lineares é a rigidez da peça, a qual é determinada pela forma, pelo material, e pelo suporte. Sendo a peça menos rígida a que apresentará maior deflexão.

3.2.1.1 Análise Linear

Em razão de uma carga atuante a peça sofre deformação, caso seja muito grande a forma do material se alterará, podendo alcançar seu limite mudando as suas propriedades. Mas caso seja pequena, considera-se que as propriedades de forma e de material não se alteram durante o processo de deformação, ou seja, o modelo analisado reteve sua rigidez inicial, conhecido como o princípio fundamental de análises lineares.

$$[F] = [K] * [d] \quad (3.1)$$

Onde:

$[F]$: é o vetor conhecido nde cargas nos nós

$[K]$: é a matriz de rigidez conhecida, a qual depende da geometria, propriedades do material e restrições

$[d]$: é o vetor desconhecido de deslocamentos de nós

Na análise linear as equações são montadas e resolvidas apenas uma única vez, sem necessidade de atualização enquanto o modelo está deformando até a conclusão. Portanto, é capaz de gerar resultados rapidamente.

3.2.1.2 Análise não linear

Abandona a suposição de rigidez constante, assim o cálculo Equação (3.1) deve ser atualizada ao longo da deformação por meio de processos de solução iterativo, visto que a matriz $[K]$ não permanecerá o mesmo valor em razão das alterações de geometria e propriedade do material. Logo, é um processo mais demorado para obtenção de resultados, contudo mais preciso, assim quanto maior o número de iterações maior a precisão e mais demorado. O método iterativo empregado é o software RFEM o qual baseia-se no método dos elementos finitos.

No material linear a tensão é proporcional ao esforço, ou seja, quanto maior a carga aplicada maior serão as taxas de tensão deformação, desconsiderando o surgimento de deformação permanente quando a carga é removida, isto é, a peça sempre retornará a sua forma original. No caso de cargas altas ocasionando deformações permanentes (borrachas e elastómeros) o método linear não deve ser utilizado.

Materiais plásticos perfeitamente elásticos perdem completamente a capacidade de retornar á sua forma original após a deformação pois a tensão excedeu o escoamento, o qual permanece constante acima de um determinado esforço.

3.2.1.2.1 Perda de estabilidade elástica ou Flambagem

Quando a carga aplicada é uma carga compressiva, se as alterações na rigidez a reduza para zero, a flambagem ocorrerá ocasionando uma rápida deformação na estrutura. Assim, após a flambagem a peça apresentará uma nova rigidez. A análise não linear explicará o comportamento pós flambagem

Flambagem não significa falha irrecuperável da estrutura.

3.3 Cálculos

Nesse trabalho temos como objetivo o estudo e análise de deslocamentos e fissuras, com base nisso o valor do momento máximo já deverá ser conhecido.

O estudo originou do artigo do Cristian, sendo o mesmo recriado para compreensão do processo de cálculo. Assim, foi adotado para os ensaios vigas de 12cm x 20cm com estribos de 5 mm, armadura de compressão de 5 mm e armadura de tração de 10 mm, como mostra na imagem abaixo. Com a definição das armaduras e consultas em tabelas determinamos as áreas de aço como 1,59 cm² e 0,39 cm².

3.3.1 Resistência de cálculo

3.3.1.1 Aço

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (3.2)$$

Onde:

f_{yd} : É a resistência de cálculo do aço;

f_{yk} : É a resistência característica do aço. Para aços da categoria CA-50, essa resistência é de 500MPa;

γ_s : É um coeficiente de ponderação, apresentado na tabela 12.1 da NBR 6118:2014, nesse trabalho empregado como 1,15.

3.3.1.2 Concreto

3.3.1.2.1 Resistência a compressão

A resistência a compressão corresponde a principal característica do concreto, obtida através de ensaios. A NBR 6118:2014 no item 12.3.3 determina que, para em caso de ausência de resultados experimentais, pode-se adotar:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.3)$$

Onde:

f_{cd} : É a resistência à compressão de cálculo do concreto;

f_{ck} : É a resistência à compressão característica do concreto, aos 28 dias;

γ_c : É um coeficiente de ponderação, apresentado na tabela 12.1 da NBR 6118:2014, nesse trabalho empregado como 1,4

3.3.1.2.2 Resistência a tração

Pode ser obtida através de ensaios segundo as normas NBR 7222 e NBR 12142. Na falta destes, a NBR 6118 permite avaliar a resistência a tração média ou característica com as equações (valores expressos em Mpa):

$$f_{ctk,inf} = 0,7 * f_{ctm} \quad (3.4)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 * f_{ctm} \quad (3.5)$$

Sendo que, para concretos com classe até C50:

$$f_{ctm} = 0,3 * f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (3.6)$$

“a distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo, definido em 8.2.10.1, com tensão de pico igual a $0,85 * f_{cd}$, com f_{cd} definido em 12.3.3. Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de profundidade $y = \lambda x$, onde o valor do parâmetro λ pode ser tomado igual a:”

$$\lambda = 0,8 \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (3.7)$$

$$\lambda = 0,8 - \left(\frac{f_{ck} - 50}{400} \right) \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (3.8)$$

“onde a tensão constante atuante até a profundidade y pode ser tomada igual a:”

$$\alpha_c * f_{cd} = 0,7 * f_{ctm} \quad (3.9)$$

“largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida, caso contrário”

$$0,9 * \alpha_c * f_{cd} = 1,3 * f_{ctm} \quad (3.10)$$

Sendo:

$$\alpha_c = 0,85 \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (3.11)$$

$$\alpha_c = 0,85 * \left[1 - \left(\frac{f_{ck} - 50}{200} \right) \right] \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (3.12)$$

3.3.2 Módulo de Elasticidade

3.3.2.1 Aço

A NBR 6118:2014, diz que o módulo de elasticidade do aço pode ser admitido igual a 200.000 MPa, caso não haja ensaios ou informação do fabricante.

3.3.2.2 Concreto

Quando não forem realizados ensaios para obter o módulo de elasticidade tangente inicial, pode ser calculado com a expressão dada pela NBR 6118:2014:

Para f_{ck} de 20 Mpa até 50 MPa

$$E_{ci} = \alpha_E * 5600 * \sqrt{f_{ck}} \quad (3.13)$$

Para f_{ck} de 55 Mpa até 90 Mpa

$$E_{ci} = 21.500 * \alpha_E * \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25\right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.14)$$

Onde E_{ci} e f_{ck} em Mpa, e α_E variando de acordo com o agregado conforme a tabela abaixo:

Tabela 3.1: Valor de α_E conforme NBR 6118:2014

Agregado	α_E
Arenito	0,7
Calcário	0,9
Granito e Gnaisse	1,0
Basalto e Diabásio	1,2

O módulo de elasticidade secante pode ser encontrado por ensaio, segundo a NBR 8522, ou pelas seguintes equações:

$$E_{cs} = \alpha_i * E_{ci} \quad (3.15)$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (3.16)$$

A norma apresenta uma tabela de valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica a compressão do concreto

3.3.3 Viga

3.3.3.1 Altura útil

Faz se necessário o cálculo dessa para a determinação da posição da linha neutra

$$d = h - d_1 \quad (3.17)$$

$$d = h - \left(c + \phi_e + \frac{\Phi}{2}\right) \quad (3.18)$$

Onde:

c : cobrimento da armadura em cm, o qual depende da classe de agressividade do concreto e do tipo de estrutura. Nesse trabalho adotou-se 2,5 cm por se tratar de viga em um ambiente urbano.

h : altura total da viga, em cm;

ϕ_e : bitola do estribo, em cm;

ϕ : bitola da barrade aço em tração, em cm;

3.3.3.2 Majoração do momento

Essa etapa visa a segurança adequada estimando o momento de maior solicitação por meio de um coeficiente de ponderação

$$M_{sd} = M_k * \gamma_f \quad (3.19)$$

Onde:

$\gamma_c = 1,4$ para resistência de concreto

$\gamma_s = 1,15$ para resistência da armadura

3.3.3.3 Determinação do k_{md} , k_x e k_z

$$k_{md} = \frac{M_{sd}}{b_w * d^2 * f_{cd}} \quad (3.20)$$

$$k_x = \frac{x}{d} = \frac{\alpha_c * \lambda - \sqrt{\alpha_c^2 * \lambda^2 - 4 * k_{md} * \alpha_c * 0,5}}{2 * \alpha_c * \lambda * 0,5} \quad (3.21)$$

$$k_z = 1 - 0,4 * k_x \quad (3.22)$$

3.3.4 Áreas de armaduras

3.3.4.1 Área

Foram calculadas com base na majoração do maior momento aplicado e nas dimensões adotadas de $h = 20$ cm e $b_w = 12$ cm, seguindo a fórmula

$$A_s = \frac{M_{sd}}{k_z * d * f_{yd}} \quad (3.23)$$

Nesse caso encontramos uma área de 1,60 cm

3.3.4.2 Área mínima

Para uma seção retangular, como uma viga, a norma estipula a seguinte fórmula

$$A_{s,min} = \rho_{min} * A_c \quad (3.24)$$

Onde:

A_c : área de concreto

$$A_c = b_w * h \quad (3.25)$$

ρ_{min} : depende do concreto empregado conforme a tabela abaixo:

Tabela 3.2: min retirado da norma NBR 6118

Forma da seção	Valores de ρ_{min} ($A_{s,min}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,15	0,15	0,15	0,164	0,179	0,194	0,208	0,219	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,51	0,256

3.3.5 Momentos

3.3.5.1 Momento solicitante

O momento solicitante da estrutura foi calculado empregando a fórmula

$$M_d = k_z * d * A_s * \sigma_s = k_z * d * A_s * f_{yd} \quad (3.26)$$

3.3.5.2 Momento característico

Sabendo que o solicitante é o momento majorado para cálculo, tem-se que

$$M_k = \frac{M_d}{1,4} \quad (3.27)$$

3.3.5.3 Momento de fissuração estrutural

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{cd} \cdot I_e}{y_t} \quad (3.28)$$

Onde:

α = fator de correlação entre a resistência a tração na flexão com a resistência à tração direta, cujo valor é 1,5 para seção retangular;

f_{cd} = resistência característica do concreto à tração;

y_t = distância entre o centro de gravidade e a fibra mais tracionada da seção, nesse caso o centro de gravidade será a metade da altura:

$$y_t = \frac{h}{2} \quad (3.29)$$

3.3.6 Inércia

3.3.6.1 Momento de inércia seção bruta retangular

$$I_c = \frac{b_w * h^3}{12} \quad (3.30)$$

3.3.6.2 Linha neutra

Pode ser obtida pelas seguintes fórmulas:

$$x = \frac{A_s * f_{yd}}{b_w * 0,8 * \sigma_s} = \frac{A_s * f_{yd}}{b_w * 0,8 * 0,85 * f_{cd}} \quad (3.31)$$

$$x = 1,25 * d * \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 * f_{cd} * b_w * d^2}} \right) \quad (3.32)$$

Sendo a primeira calcula a partir da igualdade das reações resultantes de compressão no concreto e de tração no concreto.

$$R_{cc} = R_{ct} \quad (3.33)$$

Onde:

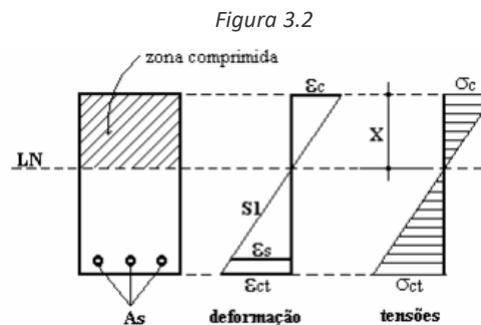
R_{cc} : resultante de compressão no concreto

R_{ct} : resultante de tração no concreto

A seção estará totalmente comprimida se x for maior que h , o que ocorre no domínio 5. Recomenda-se que a peça esteja trabalhando no domínio 3, sendo o 2 aceitável e o 4 a ser evitado.

3.3.6.3 Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio I

O estágio IA é caracterizado pela baixa intensidade da carga e conseqüentemente uma pequena deformação da viga, de modo que o concreto na seção (S1) não fissure, ou seja, as tensões de tração no concreto (σ_{ct}) são inferiores à sua resistência à tração f_{tk} . Com isso, presume-se uma linearidade entre tensão e deformação, chamada Lei de Hooke, e uma igualdade entre as deformações específicas do aço e do concreto ($\varepsilon_s = \varepsilon_c$) devido a aderência.



Fonte: par

O cálculo da rigidez do elemento nesse estágio, considera a seção homogênea e a contribuição do concreto na resistência à tração. A homogeneização da seção concebe no lugar da área de aço existente (A_s), uma área de concreto equivalente (A_{ceq}), ou seja, uma área fictícia de concreto que suporte a mesma resultante (R_s) que atua na área de aço (A_s) conforme (3.35).

$$R_s = A_s * \varepsilon_c * E_c = A_{ceq} * \varepsilon_c * E_c \quad (3.34)$$

$$A_{ceq} = \frac{E_s}{E_c} * A_s = \alpha_E * A_s \quad (3.35)$$

Assim, a inercia da seção homogeneizada será

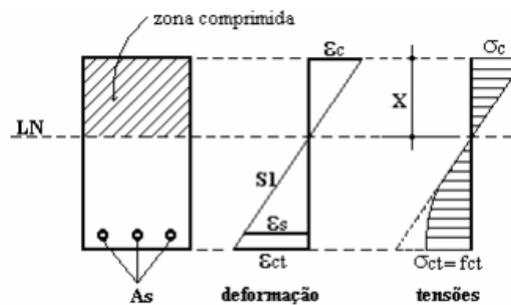
$$I_I = \frac{b * h^3}{12} + b * h * \left(x_I - \frac{h}{2}\right)^2 + \alpha_E * A_s * (d - x_I)^2 \quad (3.36)$$

Sendo a linha neutra na seção calculada da seguinte maneira:

$$x_I = \frac{\frac{b * h^2}{2} + \alpha_E * A_s * d}{b * h + \alpha_E * A_s} \quad (3.37)$$

Aumentando gradativamente o valor da carga, chegará um momento em que a tensão de tração no concreto atingirá o valor limite de sua resistência à tração ($\sigma_{ct} = f_{ct}$), com isso a seção transversal não possuirá a relação linear entre tensão e deformação para a região tracionada (ver Figura 3.3) Essa fase conhecida como estágio IB, é calculado um parâmetro importante no estudo dos estados limites de utilização: o momento de fissuração da peça.

Figura 3.3

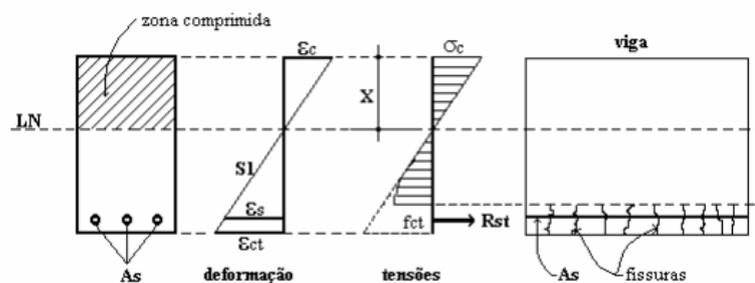


Fonte:

3.3.6.4 Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II

Aumento a carga, a fibra mais tracionada de concreto romperá, gerando a primeira fissura, com isso a armadura começa a trabalhar de maneira mais efetiva na peça de concreto. Mas a distribuição de tensões na região comprimida ainda permanece linear (ver Figura 3.4).

Figura 3.4



Fonte:

Com o aumento gradual das cargas, as fissuras aumentam a intensidade, caminhando em direção à linha neutra da peça e as tensões de compressão no concreto deixam de apresentar uma distribuição linear. A influência da fissuração sobre a rigidez do elemento ocasiona a redução dessa, é uma análise difícil e trabalhosa visto que a rigidez dependerá do grau de fissuração, o qual é um fenômeno progressivo e vinculados aos momentos fletores, que por sua vez sofrem redistribuição na medida em que as fissuras se desenvolvem

Quando se adota a suposição que todo o concreto da região tracionada está sendo desprezado (a resistência à tração do concreto é nula) e o esforço de tração é resistido somente pelas armaduras, tem-se a fase que é nomeada de estágio II puro. Corresponde ao momento de inércia da seção no estágio II puro, em relação à linha neutra que pode ser:

$$I_{II} = \frac{b_w * x_{II}^3}{3} + (\alpha_E - 1) * A_s * (d - x_{II})^2 \quad (3.38)$$

Sendo a linha neutra na seção fissurada calculada da seguinte maneira:

$$x_{II} = \frac{\alpha_E * A_s}{b_w} * \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 * b_w * d}{\alpha_E * A_s}} \right) \quad (3.39)$$

E α_E a relação entre o módulo de elasticidade do aço e do concreto

$$\alpha_E = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad (3.40)$$

3.3.6.5 Momento de inércia efetivo

Ao avaliar as flechas em vigas há duas situações:

- $M_a < M_r$ indicando um momento fletor na seção crítica com valor inferior a momento de fissuração, ou seja, não há fissura e a inércia na seção será a própria inércia da seção bruta (ou inércia do Estádio I), desde que a viga esteja densamente armada
- $M_a > M_r$ a peça está no estágio II, ou seja, ao longo da seção da viga essa peça trabalhará nesses dois estádios e com isso a viga estará fissurada, implicando diretamente na inércia da mesma. Sendo assim, buscando não introduzir a variação da inércia na peça de concreto armado, utiliza-se a inércia equivalente que contempla a situação de maneira aproximada pelo método de Branson.

O valor médio de momento de inércia compreendido entre o Estádio I e Estádio II, respectivamente, seção não fissurada e fissurada é chamado de momento de inércia efetivo e calculado pela seguinte equação:

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^m * I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^m \right] * I_{II} \quad (3.41)$$

Onde:

M_r : Momento de fissuração do concreto, para barras lisas deve ser reduzido à metade

M_a : Momento atuante de serviço mais solicitada

m : índice de valor 4 para uma seção da peça ou 3 para análise ao longo da peça em todo seu comprimento conforme a NBR 6118:2014

3.3.7 Fórmula de Branson

Uma das versões anteriores, especificamente a NBR 6118:1978, recomendava o uso da inércia do estágio II puro para o cálculo de flechas de elementos lineares ocasionando resultados superestimados, pois desprezava a contribuição do concreto fissurado para a rigidez da peça. A NBR 6118:2003 passou a adotar para o cálculo aproximado da flecha imediata em vigas a fórmula de Branson, cuja expressão de rigidez equivalente (EI_{eq}) para representar o concreto entre os estádios I e II é:

$$EI_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^m I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^m \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (3.42)$$

3.3.7.1.1 Flecha

As flechas finais que ocorrem nas vigas de concreto são o resultado do somatório de flechas parciais, oriundas de:

- Flecha imediata para ações de longa duração.
- Flecha total para ações de longa duração.
- Flecha imediata para ações de curta duração (flecha suplementar)

3.3.7.1.2 Flecha imediata

Corresponde ao máximo deslocamento que um ponto da peça sofre quando os escoramentos são retirados ou logo após a introdução de um carregamento permanente. Baroni (2003) descreve como o deslocamento transversal ao longo do processo de aplicação do carregamento e depende das características físico geométricas da peça, inclusive tipo de carregamento.

$$f_i = \frac{\alpha * M_a * l^2}{(EI)_{eq}} \quad (3.43)$$

Onde:

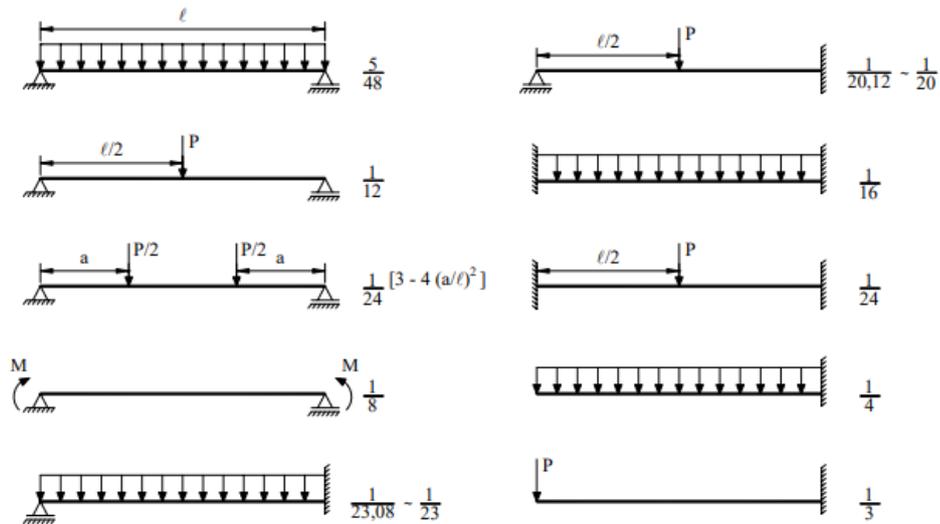
f_i : flecha imediata;

M_a : momento máximo fletor no vão I;

EI_{eq} : rigidez equivalente, obtida pela equação de Branson

α : coeficiente que depende das condições de apoio e carregamento, conforme Merlin 2006 (ver Figura 3.5). Adotou-se $\alpha = 0,11$.

Figura 3.5 Valores do coeficiente



Fonte: Merlin 2006

Esse deslocamento imediato é função, principalmente, do tipo e da grandeza do carregamento aplicado, do nível de fissuração, do comprimento do vão, das condições de apoio, das propriedades geométricas da seção transversal e das propriedades dos materiais, aço e concreto.

3.4 Equação da Linha Elástica

O conhecimento sobre as deformações ou flechas ocasionadas no eixo longitudinal da viga por cargas transversais atuantes é crucial para uma estrutura estável. Pode-se obter esse resultado com o método da linha elástica que representa a deformada do eixo da viga á flexão, permitindo calcular o deslocamento a vertical ou deflexão (δ) e rotação (θ) pois correspondem, respectivamente, a ordenada e ao declive da tangente da curva.

3.4.1 Método da Integração da Elástica

O momento atuante M e a curvatura da viga se relacionam da seguinte maneira:

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{E * I} \quad (3.44)$$

Onde:

R : raio da curvatura

E : módulo de elasticidade ou Young do material, no caso concreto

I : momento de inércia

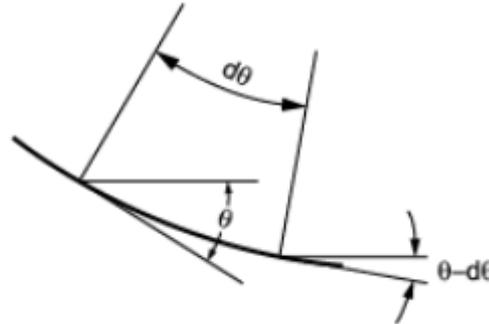
Sedo que os sentidos da curvatura da linha elástica se opõem ao momento atuante. Assim como por convenção tem-se que o momento fletor que traciona as fibras superiores é negativo, e, portanto, apresentará uma curvatura (linha elástica) positiva.

$$\frac{1}{R} = - \frac{M}{E * I} \quad (3.45)$$

Além da Equação 6.34, é possível relacionar a curvatura com variação angular formada pela tangente á linha elástica em um determinado ponto do eixo x (vide Figura 3.6), assim:

$$\frac{1}{R} = \frac{d\theta}{ds} \quad (3.46)$$

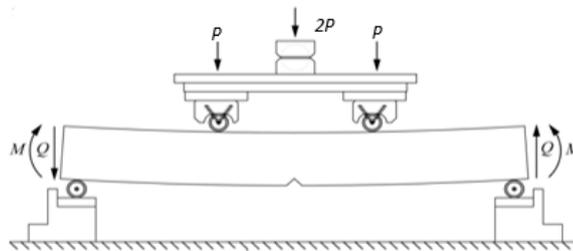
Figura 3.6 Curvatura linha elástica variação angular



Considerando que na prática as deflexões são pequenas em vigas, faz-se uma aproximação considerando $ds \cong dx$. Combinando as duas equações:

$$\frac{1}{R} = \frac{d\theta}{ds} = \frac{dv^2}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad (3.47)$$

3.4.2 Cálculo da flecha pela linha elástica



Como as cargas aplicadas são iguais e a mesma distância dos apoios, tem-se pelas reações de apoio:

$$R_a = R_b = P$$

Considerando l a distância da viga e a a distância entre o apoio e o carregamento, ao dividir a viga em 3 trechos obtêm-se as seguintes equações de momento

$$M(x) = EIy''(x) = \begin{cases} Px & , \text{para } 0 \leq x \leq a \\ Px - P(x - a) = Pa & , \text{para } a < x \leq (L - a) \\ Px - P(x - a) - P(x - L + a) = PL - Px & , \text{para } (L - a) < x \leq L \end{cases}$$

Com isso, monta-se as equações diferenciais da linha elástica para cada trecho, assim na primeira integração:

$$EIy'(x) = \begin{cases} P \frac{x^2}{2} + C_1 & , \text{para } 0 \leq x \leq a \\ Pax + C_2 & , \text{para } a < x \leq (L - a) \\ PLx - P \frac{x^2}{2} + C_3 & , \text{para } (L - a) < x \leq L \end{cases}$$

Já com a segunda integração:

$$EIy(x) = \begin{cases} P \frac{x^3}{6} + C_1x + C_4 & , \text{para } 0 \leq x \leq a \\ Pa \frac{x^2}{2} + C_2x + C_5 & , \text{para } a < x \leq (L - a) \\ PL \frac{x^2}{2} - P \frac{x^3}{6} + C_3x + C_6 & , \text{para } (L - a) < x \leq L \end{cases}$$

Aplicando as condições de contorno encontra-se $C_1 = C_2 = C_3 = Pa(L - a)/2$ e $C_4 = C_5 = C_6 = 0$. Assim o deslocamento central será:

$$y(x) = \frac{1}{EI} * \frac{Pa}{24} (3l^2 - 4a^2) \quad (3.48)$$

4 MÉTODO

O desenvolvimento desse trabalho consistiu na análise de vigas de 12 cm x 20 cm desconsiderando o peso próprio, com duas cargas pontuais, a uma distância de 60 cm dos apoios, nos seguintes valores: 3,33 kN; 4,24 kN; 4,95 kN, 5,83 kN, 6,66 kN; 9,99 kN, 13,23 kN; 16,17 kN.

Essas análises foram lineares e não lineares, de concreto com e sem o aço, no software de elementos finitos RFEM e no Excel por cálculos conforme a NBR118. Assim nomeou-se os modelos das seguintes formas:

Modelo L - corresponde ao modelo linear

Modelo NL - corresponde ao modelo não linear

Modelo AC - corresponde ao modelo de concreto e aço

Modelo C - corresponde ao modelo linear de concreto

4.1 Caso 1 – Origem do estudo

Visando comparar os resultados encontrados com o com o artigo de Cristia Moreira Souza, é o único modelo com viga de 180 cm. Consistiu em desenvolver o modelo no SAP 200 e RFEM, bem como os cálculos em Excel.

4.2 Caso 2 – Concretos

Trabalhamos com os concretos das seguintes resistências características: 16 kN, 25 kN, 40 kN, 50 kN, 60 kN, 80 kN, 90kN com as cargas mencionadas acima. Cada modelo foi representado conforme abreviação acima, com a inclusão da resistência do concreto para melhor clareza, por exemplo: L-AC-16; L-C-16,0; NL-AC-16; NL-C-16,0.

4.3 Caso 3 – Concretos com adição

4.3.1 Cimento com incorporação de poliestireno expandido (isopor)

Conforme estudo de Strecker et al (2014) sobre “Fabricação e caracterização de compósitos a base de cimento com incorporação de poliestireno expandido (isopor)” empregamos os resultados obtidos pelos gráficos para a avaliação de concreto com adição de isopor para a Fórmula de Branson, gerando os modelos:

Modelo I - modelo linear e não linear de aço e concreto; e concreto, de com isopor

4.3.2 Cimento e Fibras Polipropileno e Poliestireno

Referente ao estudo de Junior, Silva e Weber nomeado Análise experimental da adição de fibras poliméricas nas propriedades mecânicas do concreto de 2016, foi pego os dados das análises do concreto de densidade de 2,3 g/cm³ e foi confeccionado utilizando cimento CP-V-ARI, areia média lavada, brita calcária tamanho 1, com tamanho máximo de 24 mm e densidade aparente de 2,4 g/cm³, água potável com adição de fibra, sendo:

Modelo PP - modelo linear e não linear de aço e concreto; e concreto, com adição de fibra de polipropileno

Modelo HMPE - modelo linear e não linear de aço e concreto; e concreto, com adição de fibra de polietileno de alto módulo

4.3.3 Concreto leve reforçado com fibras de polipropileno (Tavares, J. C., 2017)

Modelo PL - modelo linear e não linear de aço e concreto; e concreto, com Cimento Portland CP-V-ARI da fabricante HOLCIM S.A e adição de fibra de polipropileno

4.3.4 Concreto leve reforçado com fibras de polipropileno e carbono (Kim et al., 2010)

Modelo PL - modelo linear e não linear de aço e concreto; e concreto, com adição de fibra de polipropileno

Modelo FC - modelo linear e não linear de aço e concreto; e concreto, com adição de fibra de carbono

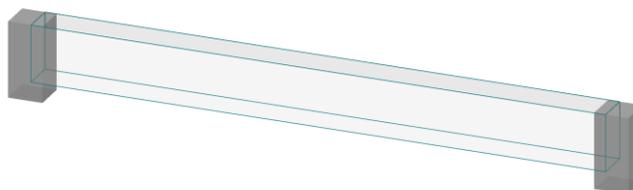
4.4 PROGRAMA EXPERIMENTAL

4.4.1 RFEM

O princípio para a análise de problemas não lineares é apresentado através da descrição de um exemplo de flexão uniaxial. Para determinar o diagrama não linear de deformação das forças internas, o método dos elementos finitos é utilizado com rigidez constante equivalente que é elemento a elemento. Por este motivo, a divisão selecionada dos elementos tem uma influência significativa sobre os resultados e a convergência do cálculo.

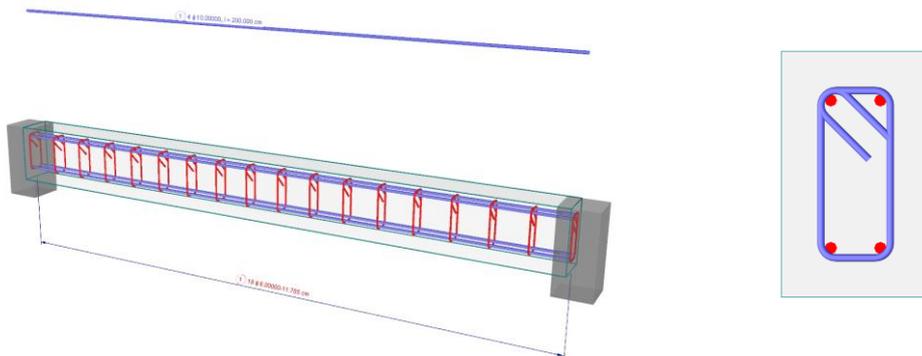
Nesse foi realizado os modelos com e sem aço, ao modelarmos no software obtemos as seguintes imagens:

Figure 4.1: Modelo de viga de 2 metros sem aço



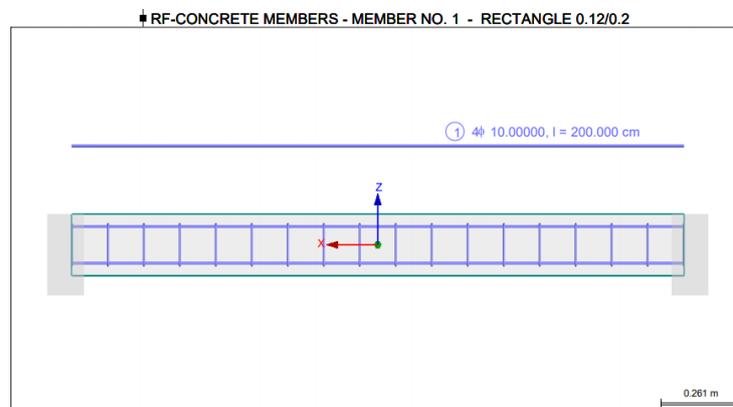
Fonte: arquivo próprio elaborado no RFEM

Figure 4.2: Modelo de viga com 2 metros de aço



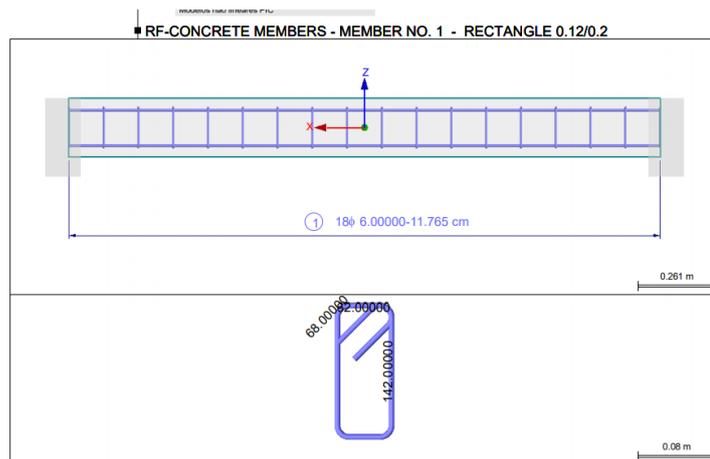
Fonte: arquivo próprio elaborado no RFEM

Figura 4.1: Detalhamento da armadura longitudinal da viga com aço



Fonte: arquivo próprio elaborado no RFEM

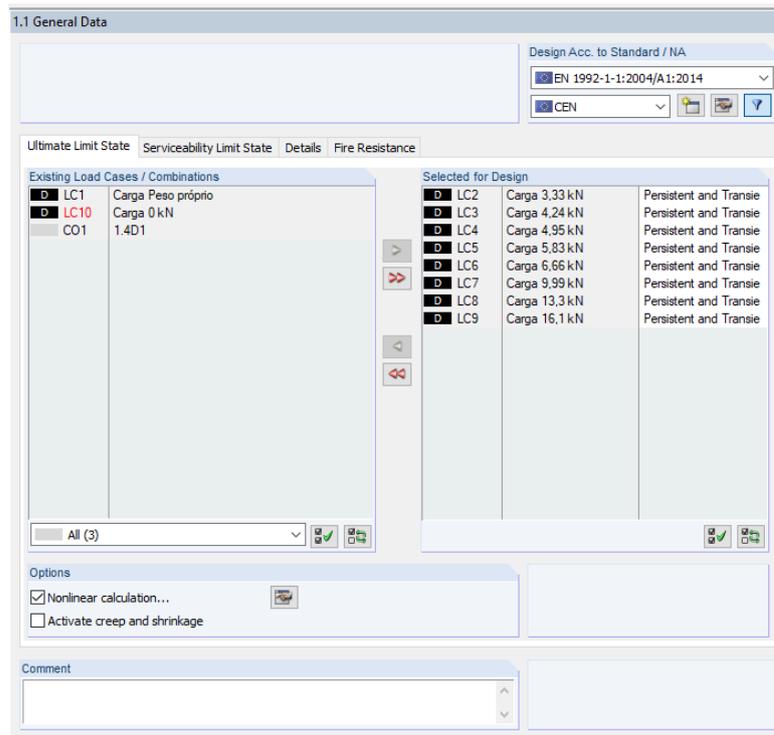
Figura 4.2: Detalhamento do estribo da viga com aço



Fonte: arquivo próprio elaborado no RFEM

Para análise não lineares foi empregado a extensão RF-CONCRETE NL Members, no qual estruturas 2d ou 3d como vigas são analisadas considerando seu estado limite de serviço e estado de limite último, calculado as deformações por combinação de carga e ponto. Para tal possível determinar os materiais, cargas de análise, aço longitudinal e estribo, bem como o tipo de apoio, como mostra as figuras abaixo com as configurações que foram realizadas para cada modelo.

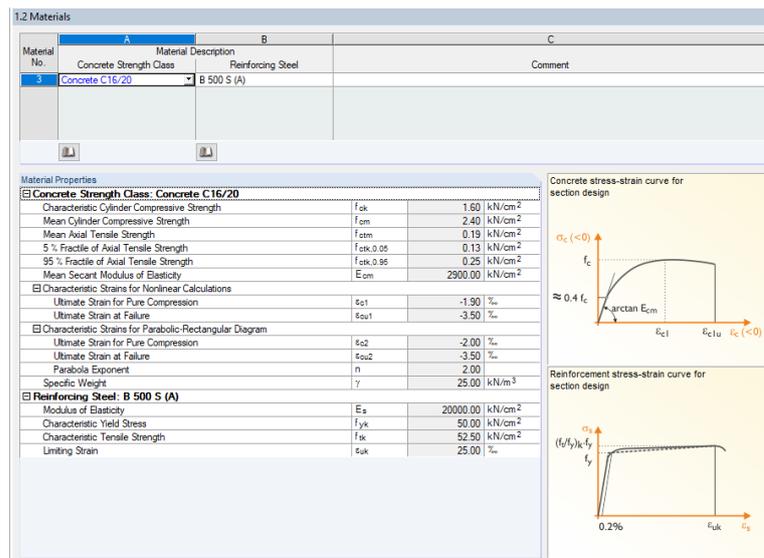
Figure 4.3: Definição das cargas e não linearidade



Fonte: arquivo próprio com uso do RFEM

Definição das cargas bem como seu posicionamento é definido pelo próprio usuário. Nesse caso empregamos as cargas de análise na pesquisa: 3,33 kN; 4,24 kN, 4,5 kN, 5,83 kN, 6,66 kN, 9,99 kN, 13,27 kN, 16,17 kN.

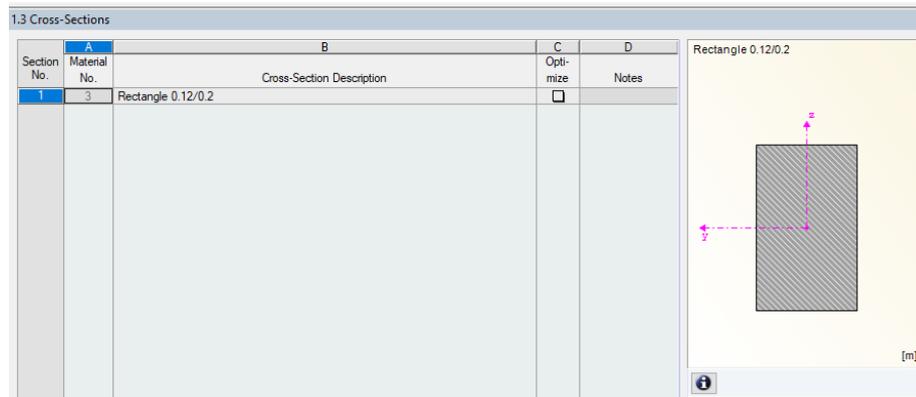
Figure 4.4: Definição dos materiais



Fonte: arquivo próprio com uso do RFEM

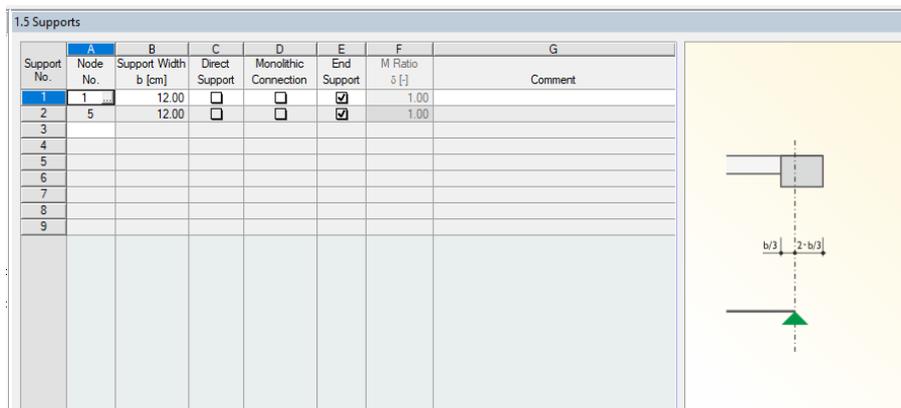
O material para as análises lineares pode ser utilizado de alguma base já presente no software das normas: inglesa, americana, canadense, chinesa ou suíça. Já para as lineares apresenta mais possibilidades de normas incluindo a brasileira.

Figure 4.5: Seção da viga definida de base 12 cm e altura 20 cm



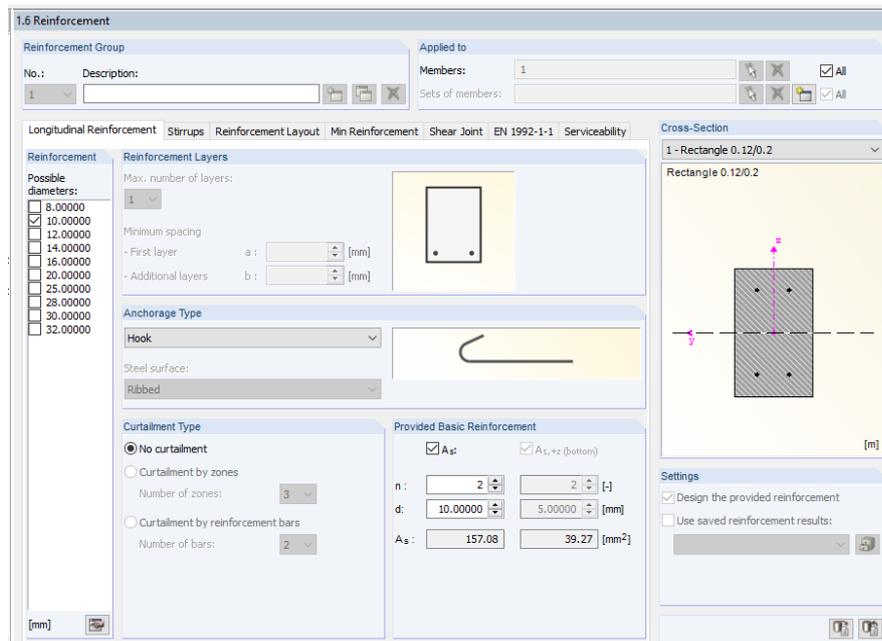
Fonte: arquivo próprio com uso do RFEM

Figure 4.6: Definição das extremidades dos apoios bem como tamanho



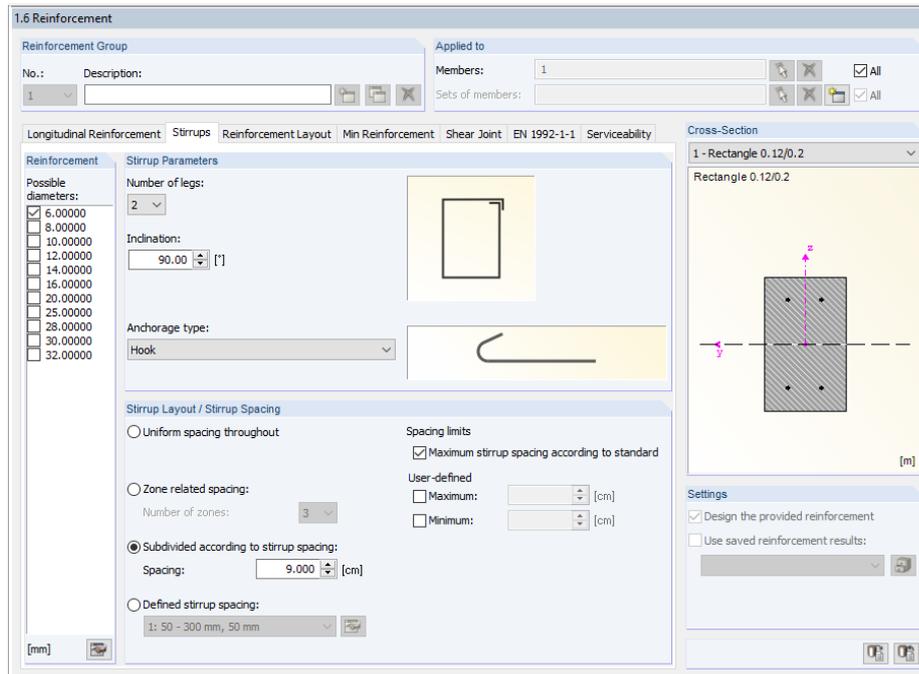
Fonte: arquivo próprio com uso do RFEM

Figure 4.7: Definição do aço longitudinal



Fonte: arquivo próprio com uso do RFEM

Figure 4.8: Definição do estribo



Fonte: arquivo próprio com uso do RFEM

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 Caso 1 – Origem de estudo

Como mencionado em metodologia o caso 1 consistiu na reprodução do estudo do Cristian (2017), por cálculos no Excel e modelagem no RFEM. Essa parte foi a única realizada com a viga de 180 cm por motivos comparativos para a linearidade e não linearidade apresentada na Tabela 5.1.

5.1.1.1 Excel

Para o cálculo da análise linear desenvolvido no Excel, utilizamos equação da linha elástica que correspondeu exatamente com os resultados do artigo presentes na Tabela 5.1, com exceção do valor da carga 4,24 kN que para o Cristian (2017) vale 4,25 kN resultando em uma diferença 0,00104846.

Já para a análise não linear conforme a fórmula de Branson houve 4 cargas em que os valores encontrados diferiram da Tabela 5.1, considera-se que tenha sido arredamento, visto que o momento de inércia equivalente foi visualmente igual, pois a precisão tabela não permite inferirmos se o valor utilizado em cálculo foi o arredondado ou não.

Tabela 5.1: Tabela de resultados do Cristian, 2016

Momento (KN*m)	Carga P (KN)	Carga P/2 (KN)	Im (m ⁴)	Flecha Imediata SAP2000 (mm)	Flecha Imediata SAP2000 sem fissuração (mm)	Flecha Imediata equação (mm)
0,00	0,00	0,00	8,0E-05	0,00	0,00	0,00
2,00	6,66	3,33	8,0E-05	0,36	0,35	0,35
2,55	8,49	4,25	8,0E-05	0,46	0,45	0,45
3,00	9,99	5,00	5,8E-05	0,74	0,52	0,72
3,50	11,66	5,83	4,5E-05	1,11	0,61	1,09
4,00	13,32	6,66	3,8E-05	1,51	0,70	1,48
6,00	19,98	9,99	2,7E-05	3,08	1,05	3,05
8,00	26,64	13,32	2,5E-05	4,54	1,40	4,48
9,71	32,33	16,17	2,4E-05	5,67	1,70	5,62

Fonte: Cristian 2016

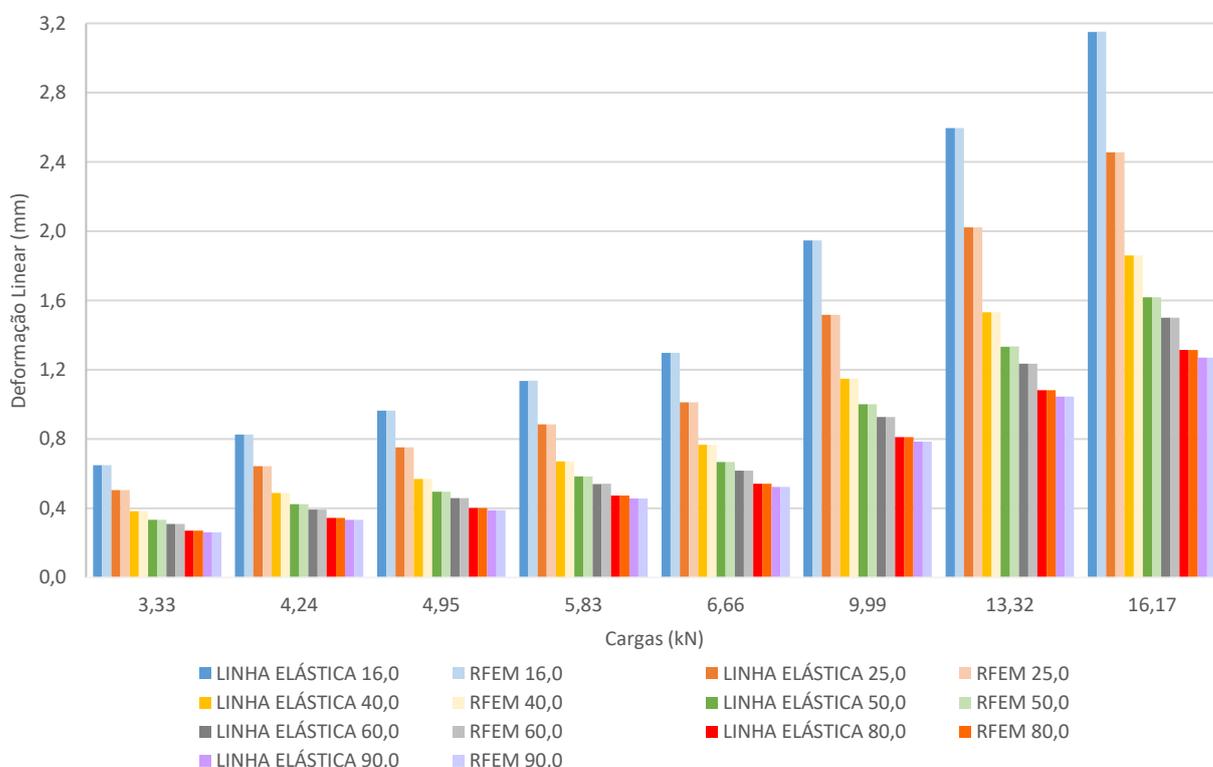
5.2 Caso 2 – Concretos

Desenvolvemos análise linear e não linear de concretos de resistência em Mpa 16, 25, 40, 50, 60, 80 e 90.

5.2.1 Análise Linear

Inicialmente realizamos a comparação do resultado linear com concretos acima, avaliando os resultados do RFEM com o da linha elástica temos resultados satisfatórios, apresentando uma diferença de 0,01% a 0,03%. Considerando apenas 3 casas decimais esses erros são desprezíveis, isto é, a diferença entre o cálculo pela linha elástica e a análise pelo RFEM é zero, como mostra Figura 5.1.

Figura 5.1: Gráfico da análise linear da viga de aço e concreto onde o eixo x representa a Carga ensaiada, eixo Y a deformação linear



Fonte: arquivo próprio

Aplicando na fórmula (3.48) a rigidez bruta a resposta foi a mesma alcançada pelo RFEM e Ftool, mas usando a o momento de inércia equivalente (I_m) aproxima-se do resultado do método simplificado (Branson) e da análise não linear do RFEM.

Pecebe-se que a análise linear fornecida pela Linha elástica, não difere entre um material sem ou com aço. Isso pois a fórmula além de considerar EI constante, utilizamos apenas o E do material, ou seja, madeira ou nesse caso concreto. Pelo software RFEM obtemos os mesmos resultados para viga de concreto com aço e a viga de concreto sem aço.

5.2.2 Análise não linear

5.2.2.1 Viga composta por aço e concreto

Com os resultados obtidos elaborou-se 3 gráficos: baixa resistência com C16 e C25, média resistência com C40, C50 e C60, e alta resistência composto por C80 e C90.

Figura 5.2: Gráfico de comparação entre o resultado da Fórmula de Branson e RFEM do modelo não linear de aço e concreto de baixa resistência (C16 e C25)

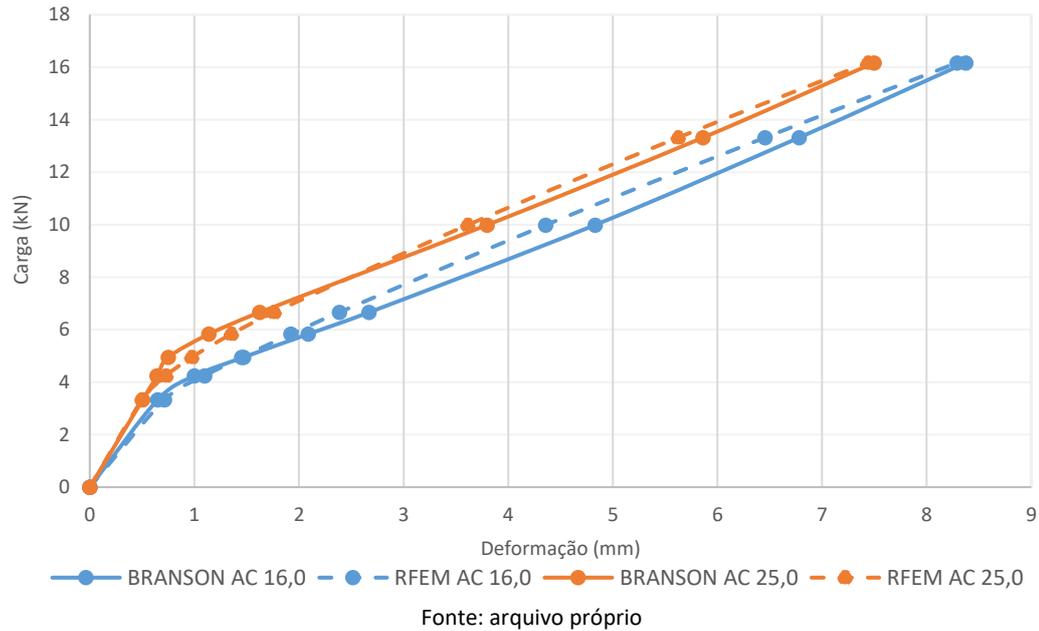


Figura 5.3: Gráfico de comparação entre o resultado da Fórmula de Branson e RFEM do modelo não linear de aço e concreto de média resistência (C40, C50 e C60)

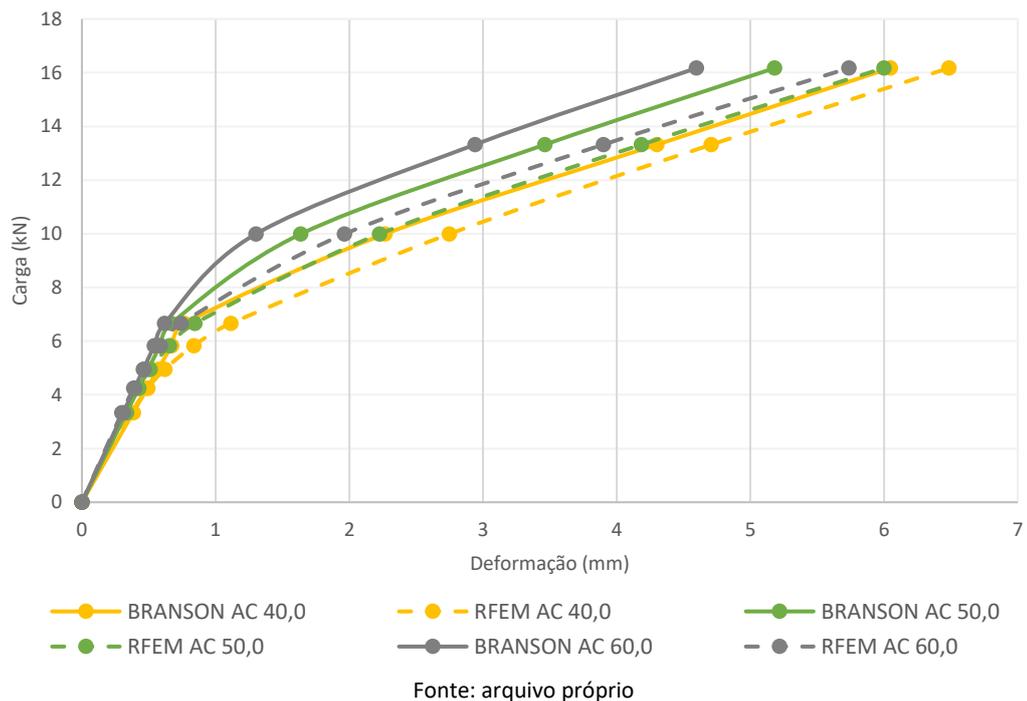
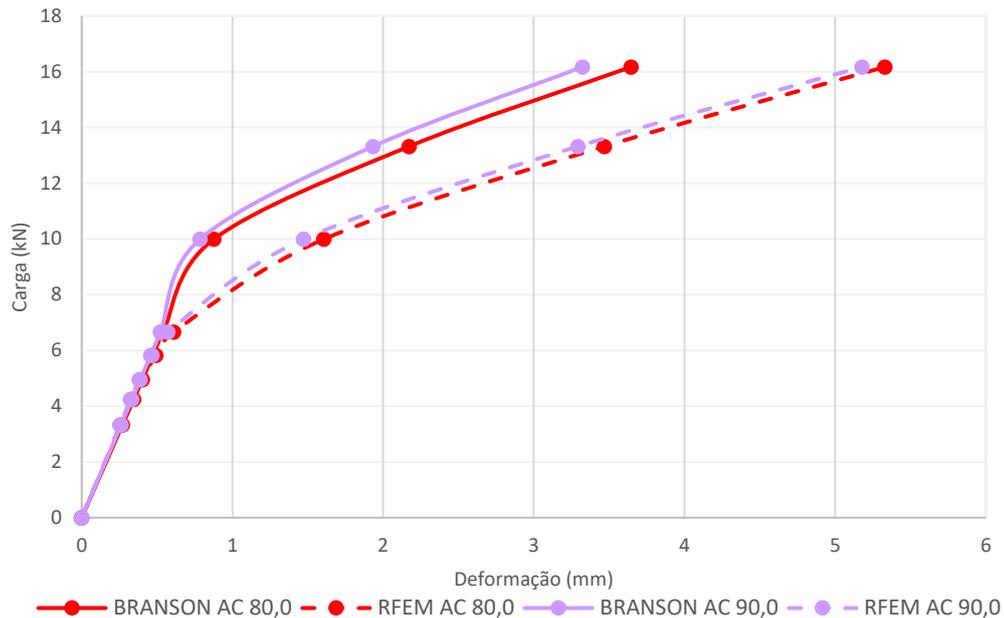


Figura 5.4: Gráfico de comparação entre o resultado da Fórmula de Branson e RFEM do modelo não linear de aço e concreto de média resistência (C80 e C90)



Fonte: arquivo próprio

Pelos gráficos apresentados, nota-se que a flecha obtida pela fórmula de BRANSON e o RFEM próximas quando há pouca carga e baixa resistência do concreto. Ao aumentar a resistência, o desvio entre tais é mais significativo não sendo recomendado o uso para f_{ck} e cargas altas.

Tabela 5.2: Diferença entre os resultados RFEM e Branson

Cargas (kN)	3,33	4,24	4,95	5,83	6,66	9,99	13,32	16,17
NL-AC-16,0	9%	9%	-1%	-9%	-12%	-11%	-5%	-1%
NL-AC-25,0	-1%	12%	23%	16%	8%	-5%	-4%	-1%
NL-AC-40,0	-4%	1%	8%	20%	31%	18%	9%	7%
NL-AC-50,0	-4%	-1%	3%	11%	21%	26%	17%	14%
NL-AC-60,0	-4%	-2%	1%	8%	16%	34%	25%	20%
NL-AC-80,0	-3%	-3%	-1%	4%	11%	45%	37%	32%
NL-AC-90,0	-3%	-3%	-2%	2%	8%	47%	41%	36%

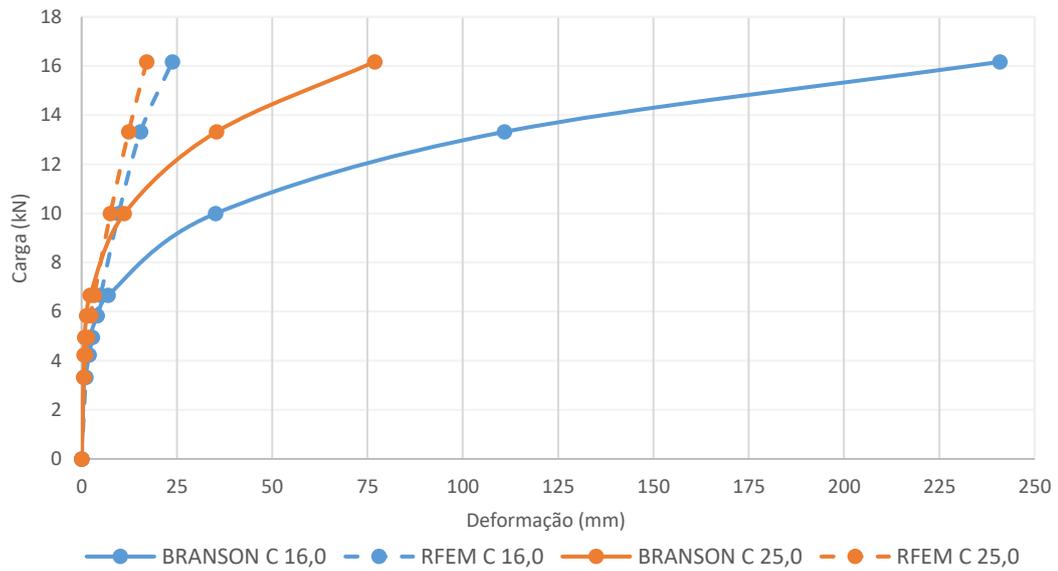
Fonte: arquivo próprio

Portanto, o método simplificado de Branson não é fidedigno ao comportamento real da estrutura, se comparado com o software RFEM, ou seja, carece uma melhoria. Contudo nota-se que o emprego da fórmula para concretos de f_{ck} de 16 Mpa apresenta uma proximidade maior que para as demais resistências sendo mais apropriado para esses casos. Nota-se que na curvatura dos gráficos, isto é, quando a deformação se torna parabólica são os pontos que apresentam maior erro relativo em relação ao RFEM, como mostra Tabela 5.2.

5.2.2.2 Viga composta por concreto

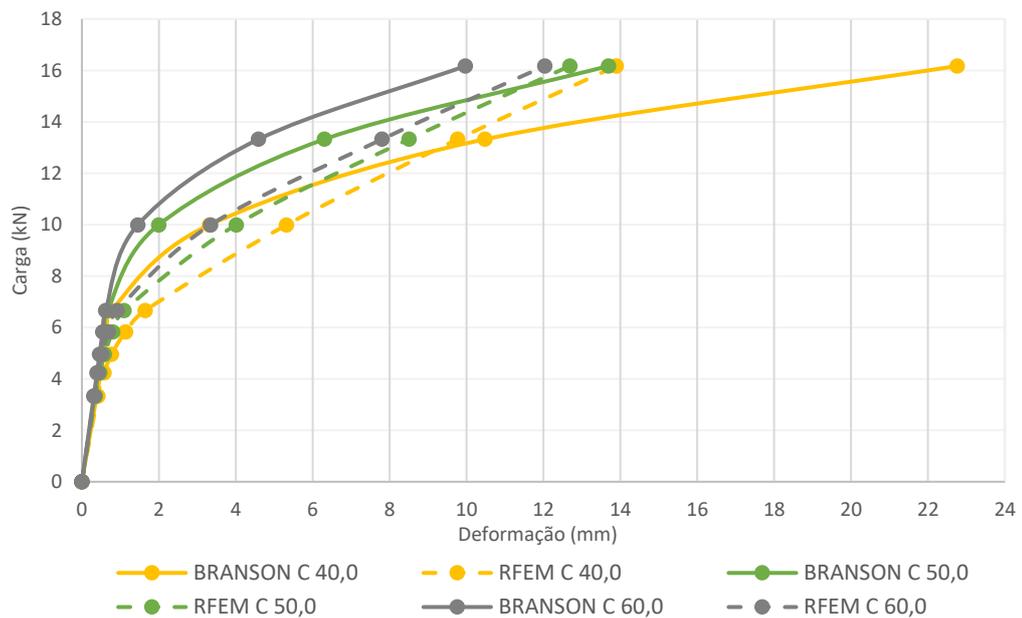
N, montou-se os gráficos abaixo. Conforme esperado os resultados são divergentes visto que a norma brasileira não permite o dimensionamento de viga sem aço. Assim para a carga de 3,33 kN o erro variou de -2,13% a -71,31%, de 4,24 kN variação de -3,34% a -74,72%, de 4,95 kN variação de -5,50% a -101,45%, de 5,83 kN variação de 3,89% a -82,72%, 6,66 kN variação de 28,00% a -114,73%, de 9,99 kN variação de 72,28% a -178,09%, de 13,32 kN variação de 86,05% a -166,08%, e 16,17 kN variação de 90,12% a -107,77%.

Figura 5.5: Gráfico de comparação entre o resultado da Fórmula de Branson e RFEM do modelo não linear de concreto de baixa resistência (C16 e C25)



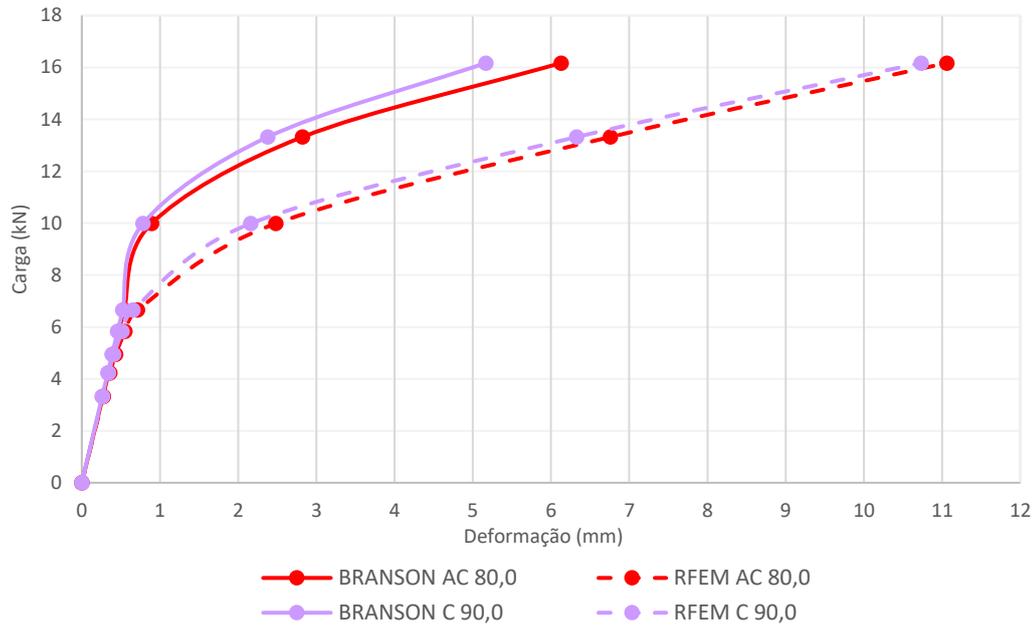
Fonte: arquivo próprio

Figura 5.6: Gráfico de comparação entre o resultado da Fórmula de Branson e RFEM do modelo não linear de concreto de média resistência (C40, C50 e C60)



Fonte: arquivo próprio

Figura 5.7: Gráfico de comparação entre o resultado da Fórmula de Branson e RFEM do modelo não linear de concreto de média resistência (C80 e C90)



Fonte: arquivo próprio

Empregando apenas concreto a diferença é maior, visto que a fórmula de Branson não foi desenvolvida para o uso em vigas de concreto não armado. Verificamos que a rigidez equivalente sofre uma redução muito grande entre os resultados armado e não armado, isso em função da diminuição do momento de inércia I_m conforme Tabela 5.3

Tabela 5.3: Redução do momento de inércia para os modelos de concreto e concreto e aço

<i>fck</i>	16	25	40	50	60	80	90
Redução I_m Concreto	1,31%	3,19%	8,17%	11,82%	15,04%	21,44%	24,57%
Redução I_m Concreto e aço	37,63%	32,75%	30,77%	31,24%	32,63%	36,04%	38,20%

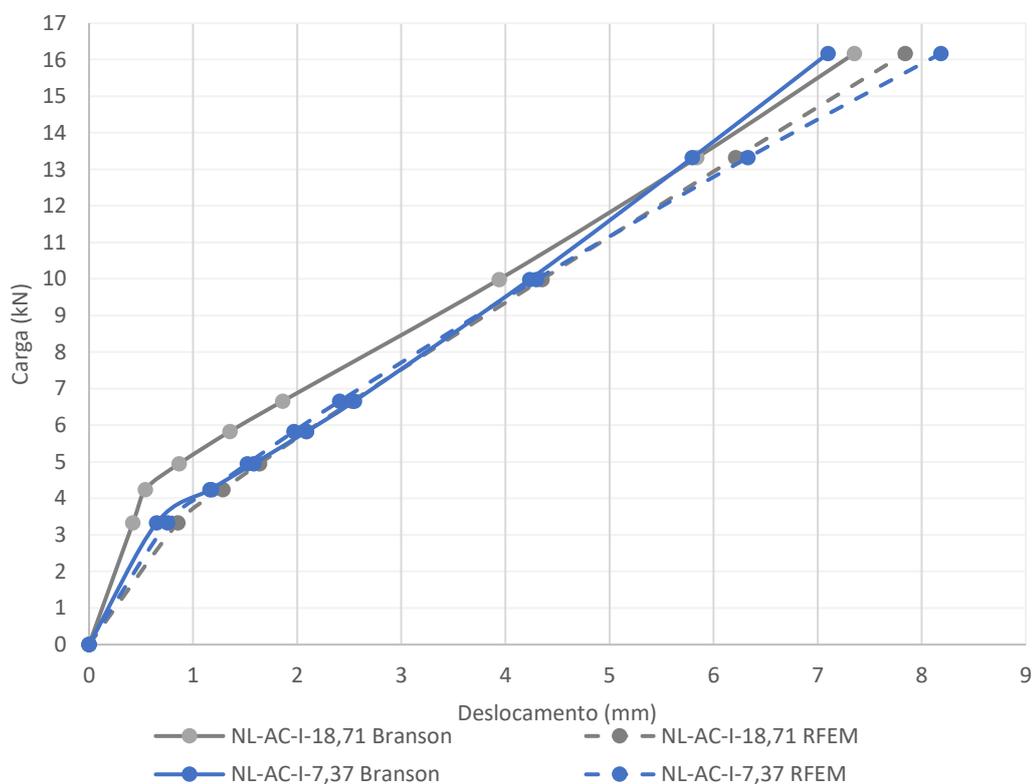
Fonte: arquivo próprio

5.3 Parte 3 – Concreto com adição

5.3.1 Concreto e isopor

Conforme estudo de Strecker (2014) sobre “Fabricação e caracterização de compósitos a base de cimento com incorporação de poliestireno expandido (isopor)” empregamos os resultados obtidos de concreto com pelos gráficos para o estudo Fórmula de Branson para concretos com isopor, gerando o gráfico para a viga armada (Figura 5.8) e não armada (Figura 5.9).

Figura 5.8: Gráfico tensão X deformação da viga de concreto armado com isopor



Fonte: arquivo próprio

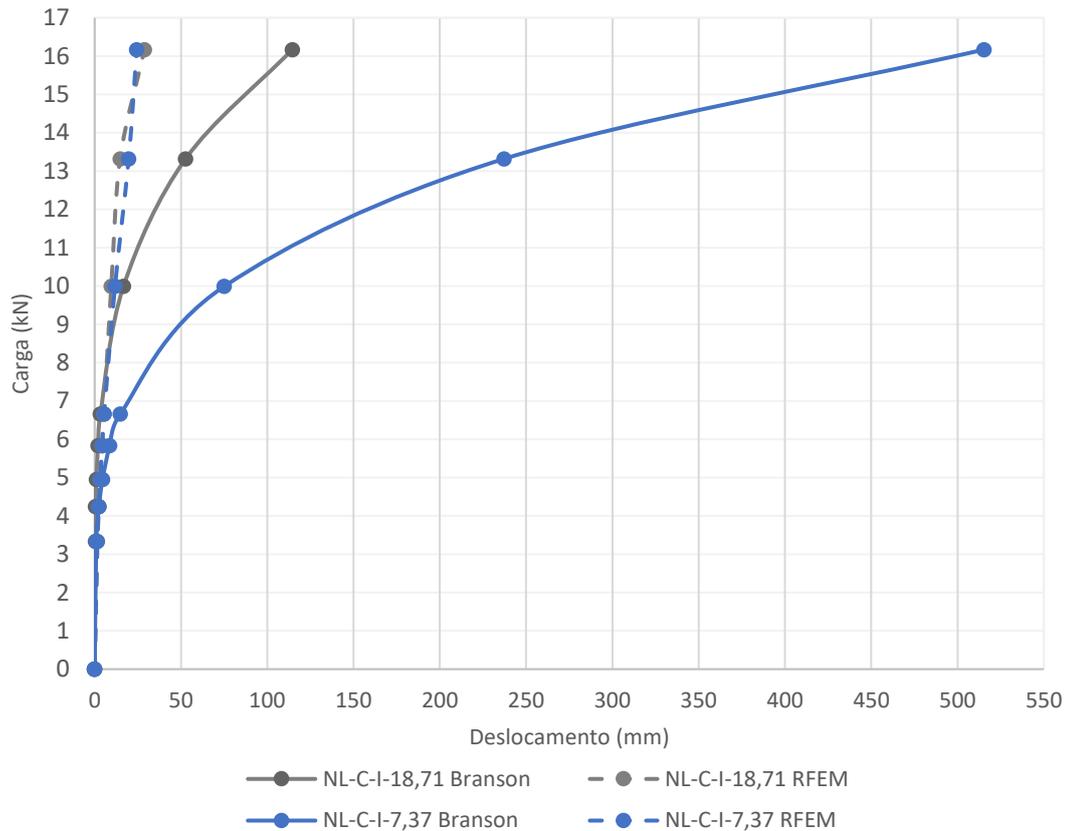
Tabela 5.4: Diferença entre os resultados RFEM e Branson

Cargas (kN)	3,33	4,24	4,95	5,83	6,66	9,99	13,32	16,17
AC-I-7,37	16%	1%	-4%	-6%	-6%	2%	9%	15%
AC-I-18,71	103%	138%	89%	54%	36%	10%	6%	7%

Fonte: arquivo próprio

Visivelmente, os gráficos de tensão X deformação apresentam um comportamento semelhante, para o f_{ck} de 7,37 MPa com alguns pontos mais distoantes para carga baixa e alta, já para o de 18,17 Mpa os resultados mais próximos são a partir da carga 9,99 kN (Tabela 5.4), nas demais a flecha da viga é subestimada.

Figura 5.9: Gráfico tensão X deformação da viga de concreto com isopor



Fonte: arquivo próprio

Tabela 5.5: Diferença entre os resultados RFEM e Branson

Cargas (kN)	3,33	4,24	4,95	5,83	6,66	9,99	13,32	16,17
<i>C-I-7,37</i>	55%	-2%	-29%	-50%	-63%	-84%	-92%	-95%
<i>C-I-18,71</i>	283%	371%	230%	124%	62%	-42%	-72%	-75%

Fonte: arquivo próprio

Pelo gráfico os comportamentos são diferentes, verifica-se que a desigualdade entre Branson e o RFEM aumenta drasticamente, ou seja, aplicando a fórmula para viga sem aço a flecha vigas é superestimada. Isso pois a rigidez equivalente reduz de 2084,8 kN m² a 37,29 kN m² para 18,71 Mpa, e de 2984,8 kN m² a 8,28 kN m² para 7,37 Mpa em razão da redução momento de inércia conforme Tabela 5.3, proporcionando uma flecha maior.

Tabela 5.6: Redução do momento de inércia para os modelos de concreto e concreto e aço

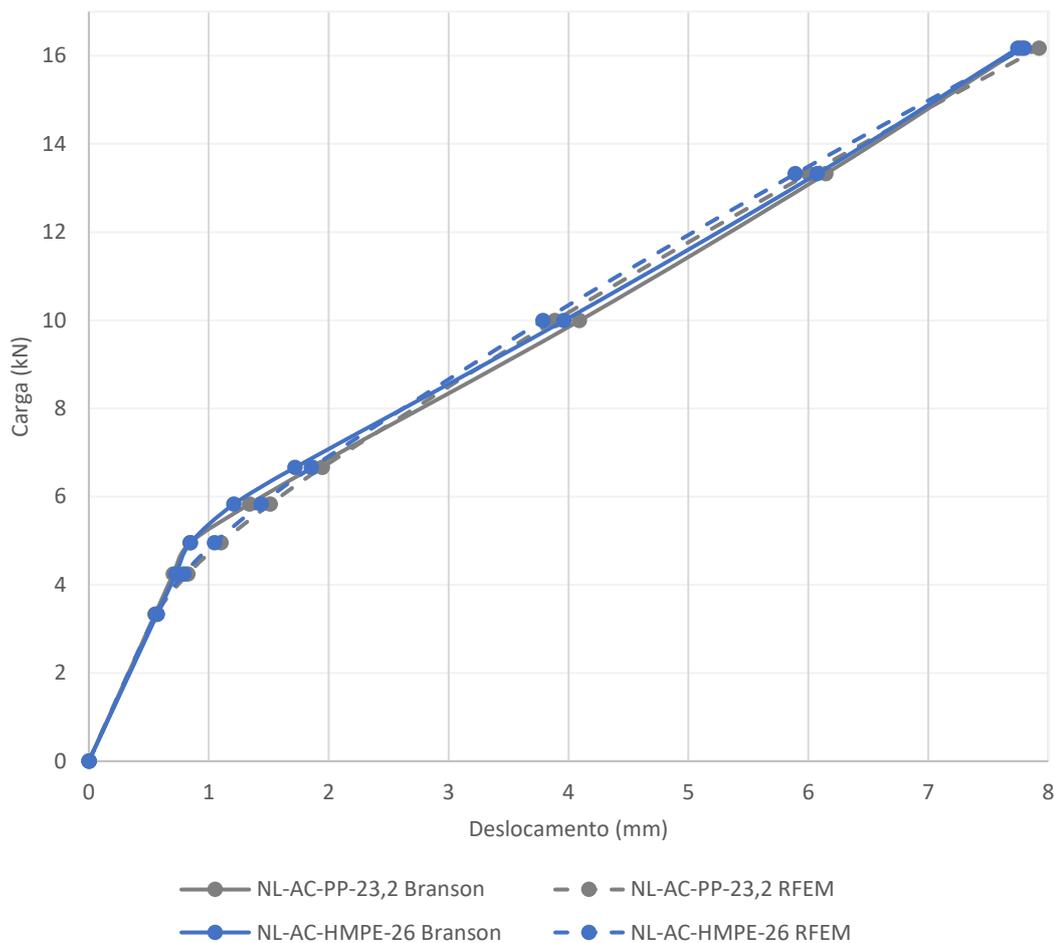
<i>fck</i>	7,37	18,71
<i>Redução Im Concreto</i>	0,28%	1,79%
<i>Redução Im Concreto e aço</i>	20,15%	27,85%

Fonte: arquivo próprio

5.3.2 Cimento e fibras polipropileno e poliestireno

Referente ao estudo de Junior, Silva e Weber nomeado Análise experimental da adição de fibras poliméricas nas propriedades mecânicas do concreto de 2016, foi pego os dados das análises do concreto de densidade de $2,3 \text{ g/cm}^3$ e foi confeccionado utilizando cimento CP-V-ARI, areia média lavada, brita calcaria tamanho 1, com tamanho máximo de 24 mm e densidade aparente de $2,4 \text{ g/cm}^3$, água potável com adição de fibra, sendo:

Figura 5.10: Gráfico tensão X deformação da viga de concreto armado com prolipopileno



Fonte: arquivo próprio

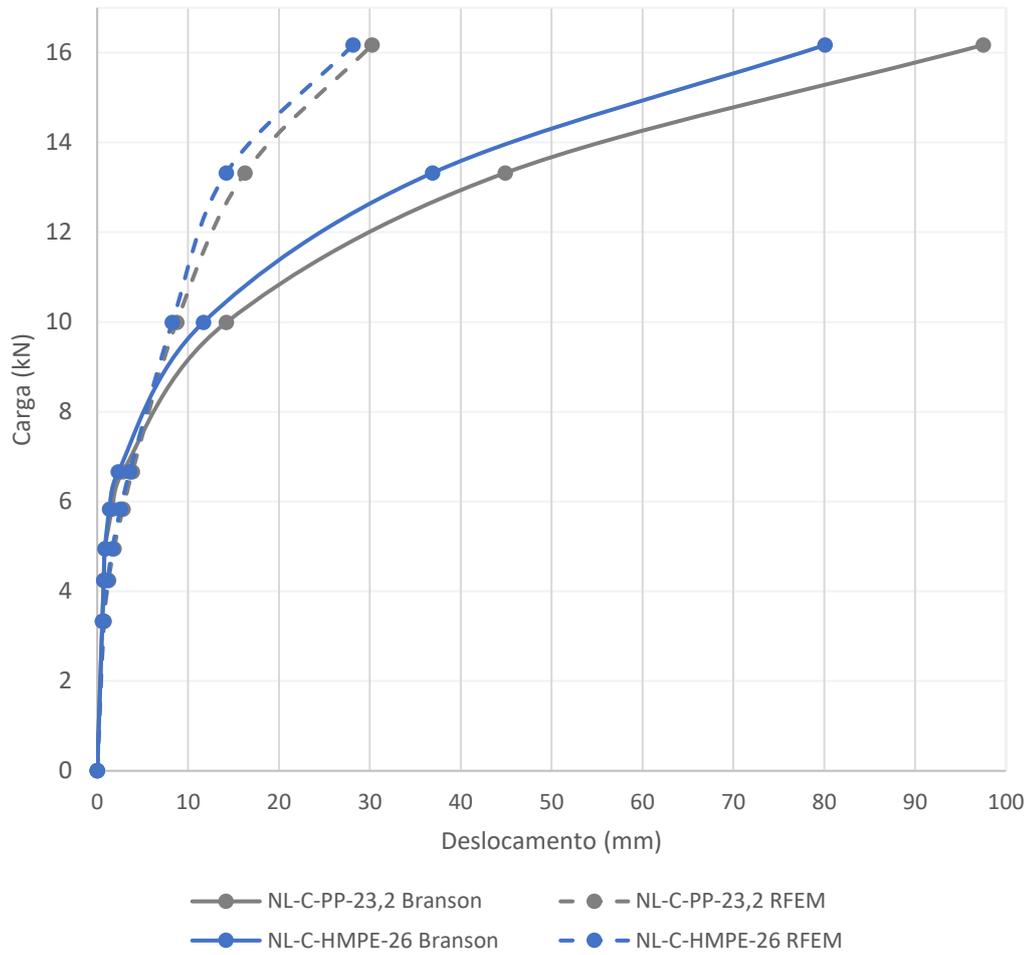
Tabela 5.7: Diferença entre os resultados RFEM e Branson

Cargas (kN)	3,33	4,24	4,95	5,83	6,66	9,99	13,32	16,17
AC-PP-23,2	3%	17%	30%	13%	4%	-5%	-2%	2%
AC-HMPE-26	-2%	9%	24%	19%	8%	-4%	-3%	1%

Fonte: arquivo próprio

Obtivimos resultados mais próximos, sendo a maior variação na carga 4,95 4 5,83.

Figura 5.11: Gráfico tensão X deformação da viga de concreto com prolipopileno



Fonte: arquivo próprio

Tabela 5.8: Diferença entre os resultados RFEM e Branson

Cargas (kN)	3,33	4,24	4,95	5,83	6,66	9,99	13,32	16,17
C-PP-23,2	34%	78%	114%	71%	38%	-39%	-64%	-69%
C-HMPE-26	24%	58%	96%	89%	55%	-29%	-62%	-65%

Fonte: arquivo próprio

Comparando com a diferença dos mesmos materiais para aço e concreto também notamos uma alteração grande no gráfico e na avaliação dos dados, também em razão do I_m como mostra tabela abaixo:

Tabela 5.9: Redução do momento de inércia para os modelos de concreto e concreto e aço

<i>fck</i>	23,2	26
Redução I_m Concreto	2,75%	3,45%
Redução I_m Concreto e aço	34,48%	35,71%

Fonte: arquivo próprio

5.3.3 Concreto leve reforçado com fibras de polipropileno

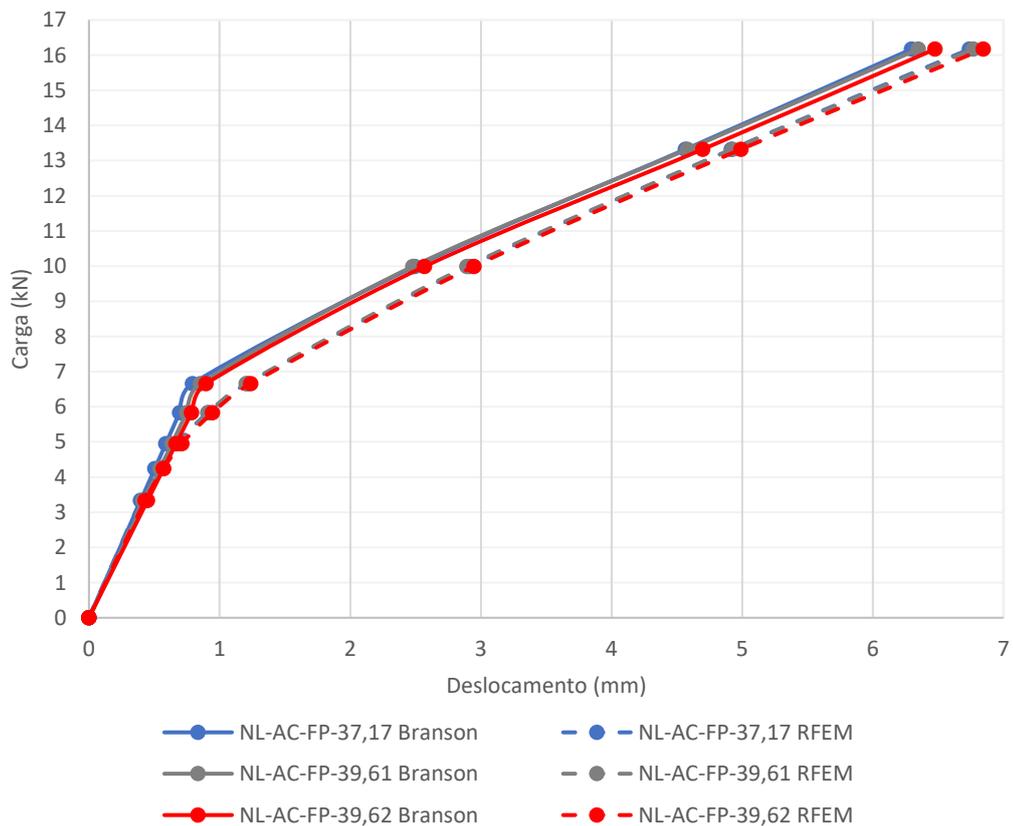
Cimento Portland CP-V-ARI da fabricante HOLCIM S.A com as seguintes características:

Tabela 5.10: Características do cimento Portland utilizado (HOLCIM S.A.)

Características	Unidade	Valor
Massa específica	g/cm ³	3,12
Finura Blaine	cm ² /g	4687
Início de pega	min	130
Fim de pega	min	210
Resistência (1 dia)	MPa	27,7
Resistência (3 dias)	MPa	42
Resistência (7 dias)	MPa	46,7
Resistência (28 dias)	MPa	56,1

Fonte: Lucena, 2017

Figura 5.12: Gráfico tensão X deformação da viga armada com fibra e polipropileno



Fonte: arquivo próprio

Tabela 5.11: Diferença entre os resultados RFEM e Branson

Cargas (kN)	3,33	4,24	4,95	5,83	6,66	9,99	13,32	16,17
AC-FP-37,17	0%	6%	14%	31%	53%	17%	8%	7%
AC-FP-39,61	-3%	1%	8%	22%	41%	17%	8%	7%
AC-FP-39,62	-4%	0%	7%	20%	38%	15%	6%	6%

Fonte: arquivo próprio

Figura 5.13: Gráfico tensão X deformação da viga armada com fibra e propileno

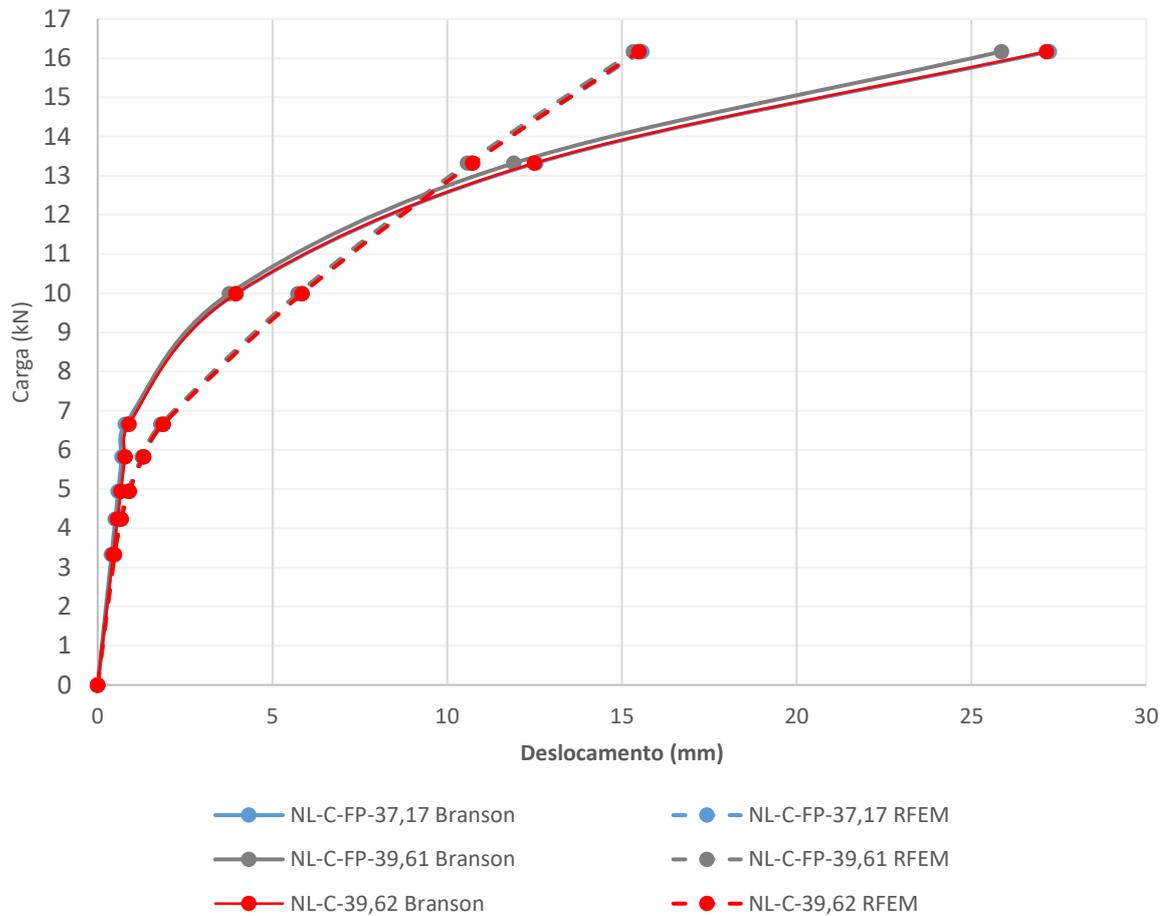


Tabela 5.12: Diferença entre os resultados RFEM e Branson

Cargas (kN)	3,33	4,24	4,95	5,83	6,66	9,99	13,32	16,17
C-FP-37,17	13%	26%	47%	86%	137%	47%	-15%	-43%
C-FP-39,61	10%	20%	37%	70%	112%	52%	-11%	-41%
C-FP-39,62	9%	19%	36%	69%	109%	48%	-14%	-43%

Fonte: arquivo próprio

Conforme Tabela 5.11 e Tabela 5.12 e o aumento perceptível da diferença entre a fórmula de Branson e RFEM com e sem aço, nota-se que o parâmetro para a utilização dessa deve ser para uma viga armada.

Tabela 5.13: Redução do momento de inércia para os modelos de concreto e concreto e aço

fck	37,17	39,61	39,62
Redução <i>I_m</i> Concreto	7,06%	8,02%	8,02%
Redução <i>I_m</i> Concreto e aço	30,53%	32,66%	33,62%

Fonte: arquivo próprio

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa tem por finalidade entender e estudar o funcionamento da fórmula de Branson comparando com o software de elementos finitos o qual fornece um valor para a deformação mais preciso que o método simplificado presente na NBR 6118.

Avaliando o comportamento com vigas de concreto armado de menor resistência a fórmula de Branson forneceu dados satisfatórios devido a maior proximidade com o RFEM, em comparação com os demais ensaios sem adição. Os modelos com adição que também apresentaram proximidade com o software foram: de isopor AC-I-7,37, e de fibra de polipropileno AC-FP-37,17, AC-FP-39,61 e AC-FP-39,62

Ressalta-se que para todos os materiais ensaiados os pontos que apresentaram maior erro relativo são os que correspondiam a parte da curvatura do gráfico de deformação, ou seja quando inicia a parábola devido a mudança de estágio IA para o IB.

Conforme esperado, os modelos não lineares sem aço comprovaram que o método simplificado da norma brasileira não é indicado para vigas sem armadura, isto é, exige que haja para seu emprego. A deformação de Branson comparada com o RFEM nesses casos resultou em erros altos de até 371% pois a inércia I_m reduz excessivamente, diminuindo consequentemente a rigidez equivalente da peça estudada e ocasionando elevadas deformações.

Segundo Araújo (2011), o método da NBR-6118 não reproduz satisfatoriamente os efeitos das deformações diferidas do concreto na resposta das vigas de concreto armado. Esse método subestima as flechas das vigas pouco solicitadas, quando elas ainda se encontram no estágio I, ou no início do estágio II (na região de formação das fissuras). Por outro lado, o método da NBR-6118 superestima as flechas das vigas mais solicitadas, em um estado de fissuração mais adiantado.

Para melhores resultados recomendaria a própria realização dos ensaios de ruptura do concreto bem como ensaios de flexão de uma viga com o concreto aditivado para comparação com a fórmula de Branson.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projetos de Estrutura de Concreto - Procedimento**, Rio de Janeiro, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8681: **Ações e segurança nas estruturas – Procedimento**, Rio de Janeiro, 2004.
- CARVALHO, R.C.; FILHO, J.R.F. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 4.ed. São Carlos: EdUFScar, 2014.
- CHIMELLO, A. A. **Análise não linear de vigas de concreto armado reforçadas com laminados de PRFC**. Florianópolis, 2003. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.
- CLIMÁTICO, J. C. T. S. **Estruturas de concreto armado: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação**. 2. ed. Brasil: Universidade de Brasília, 2008.
- FONTES, Fernando Fernandes. **Análise estrutural de elementos lineares segundo a NBR 6118: 2003**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, 2005.APA
- FUSCO, P.B. (1976). **Estruturas de concreto: fundamentos do projeto estrutural**. v.1. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, Editora da Universidade de São Paulo.
- IBRACON. **Comentários técnicos e exemplos de aplicação da NB-1: NBR 6118:2003 projeto de estruturas de concreto-Procedimento**. São Paulo: IBRACON, 2007.
- JUNGES, Elisabeth. **Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado**. 2011. 361 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.
- KUEHN, Adriana. **Comparação entre métodos de análise estrutural para reservatórios regulares de concreto armado**. 2002. 221 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.
- LUCENA, J. C. T. de. **Concreto reforçado com fibras de polipropileno: estudo de caso para aplicação em painel alveolar de parede fina**. 2017. Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP como parte dos quesitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas, São Carlos.
- MERLIN, A.J. **Análise probabilística do comportamento ao longo do tempo de elementos parcialmente pré-moldados com ênfase em flechas de lajes com armação treliçada**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- PEREIRA, E. V. **Influência de fibras de aó no comportamento mecânico e nos mecanismos de fissuração de concretos autoadensáveis**. 2017. Mestrado Profícuca Universidade Católica do Rio de Janeiro.

SABNIS, G. M.; et al. Deflections of continuous concrete beams. **ACI Journal**. December, 1973.

SALVADORI, Mario. **Por que os Edifícios Ficam de Pé**. 2.ed. Brasil: Wmf Martins Fontes, 2011.

SORIANO, H.L. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. São Paulo: Ed. Edusp, 2003.

SOUZA, C. M. **Análise não linear de vigas de concreto armado utilizando SAP 2000 com a metodologia de Branson**. 2016. Artigo submetido ao Curso de Engenharia Civil da UNESC como requisito parcial para a obtenção do Título de Engenheiro Civil, Unesc - Universidade do Extremo Sul Catarinense.

STRAMANDINOLI, R.S.B. **Proposta de Exame de Qualificação de Doutorado** (Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis: 98p. 2003.

STRECKER, K. Et al. **Fabricação e caracterização de compósitos a base de cimento com incorporação de poliestireno expandido (isopor)**. 2014.

TIMOSHENKO, S. P.; GODIER, J. N. **Teoria da Elasticidade**. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1980.

APÊNDICES

APÊNDICES A Gráficos de resultado Caso 1

Figura 0.1: Não linear com resistência de 16 Mpa

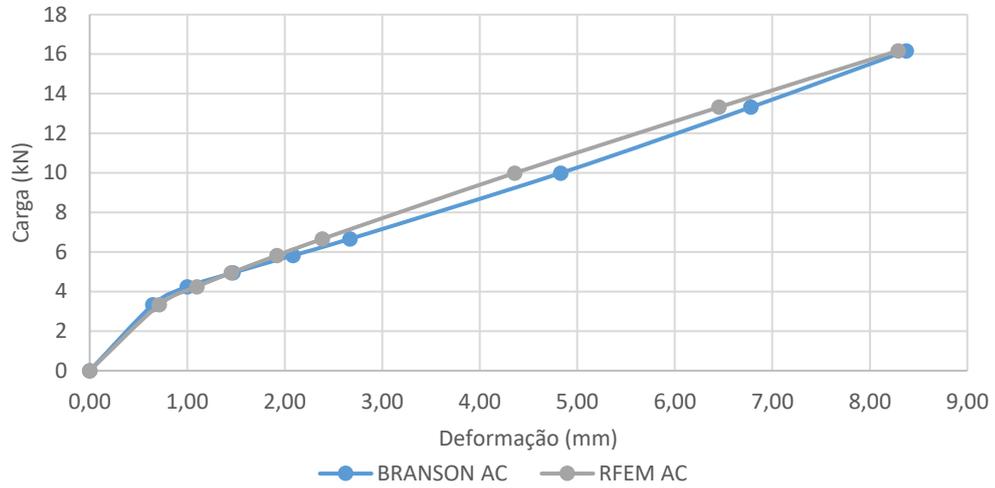


Figura 0.2 Não linear com resistência de 25 Mpa

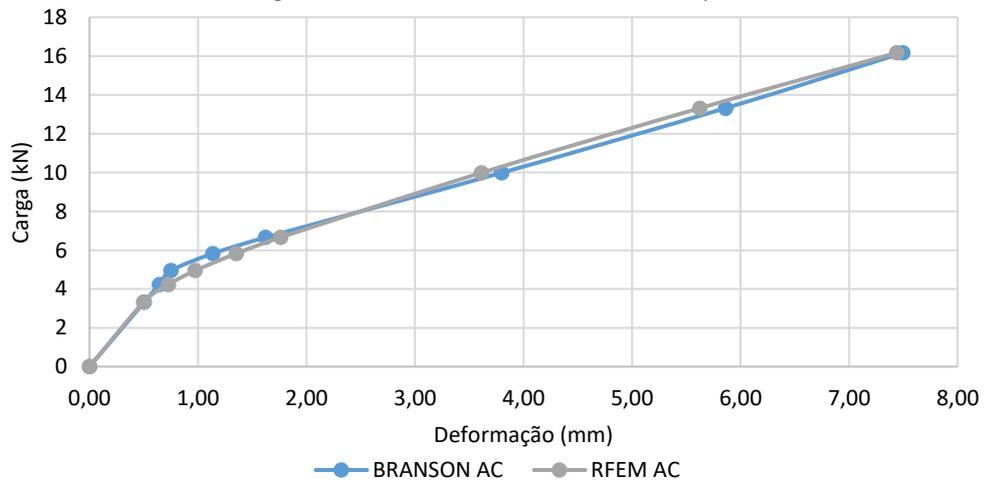
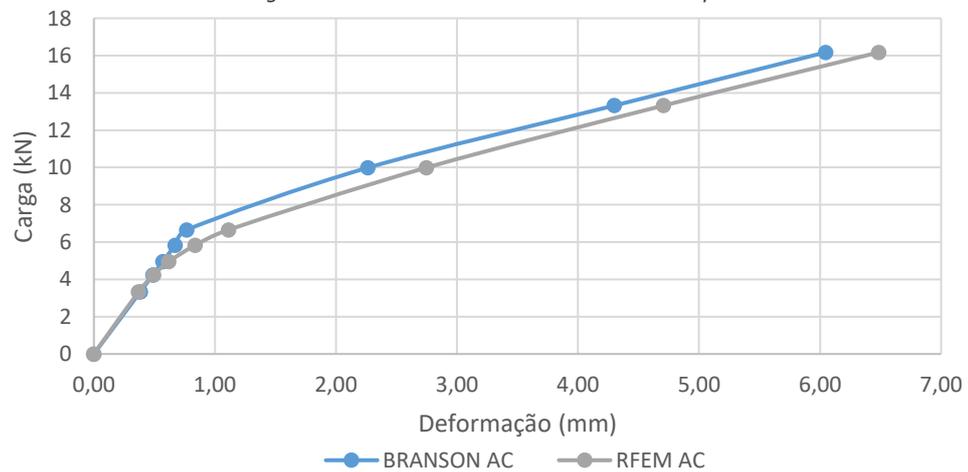


Figura 0.3: Não linear com resistência de 40 Mpa



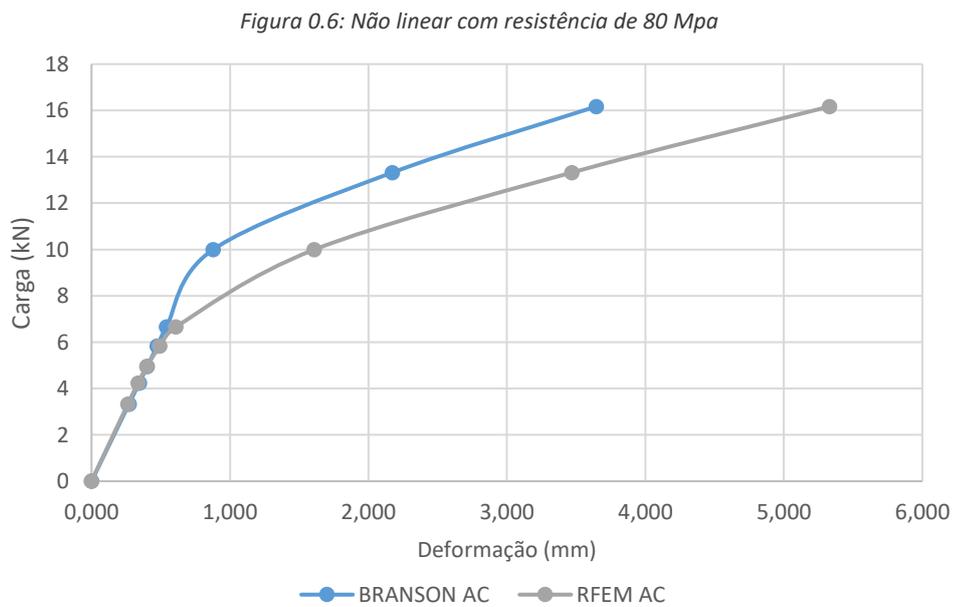
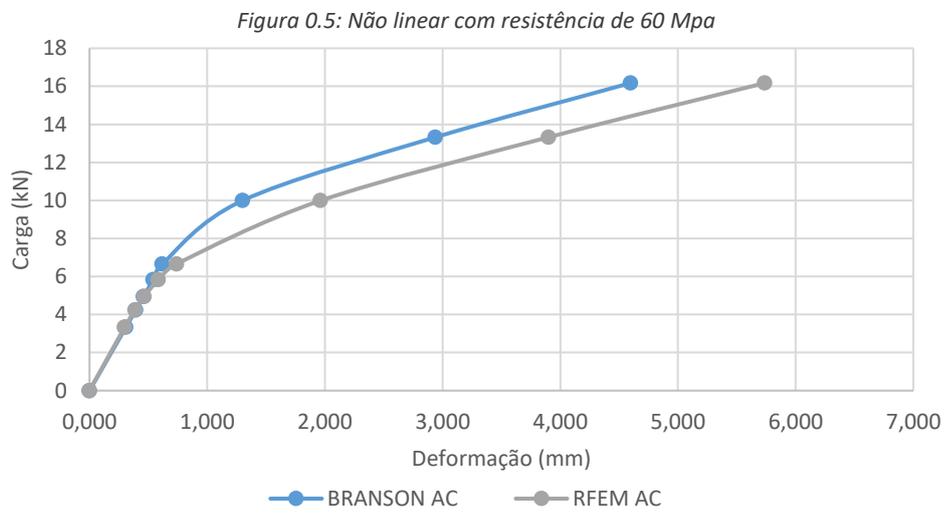
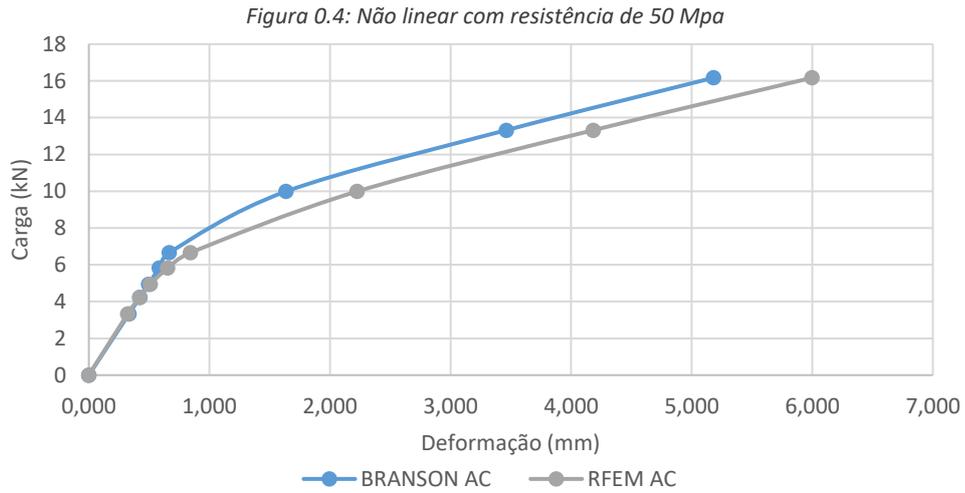


Figura 0.7: Não linear com resistência de 90 Mpa

